

2 増幅器設計の基礎

2.1 FET 増幅器の基本構成と増幅動作

ここでは無線通信送受信機のフロントエンドに用いられるマイクロ波帯 (RF) FET 増幅器を中心に述べる。

図2.1 に、FET 増幅器の (a) 基本構成と (b) 増幅動作メカニズムを示す。増幅器は、増幅素子である FET、バイアス回路、および入出力 RF 回路でなる。一般に FET の入出力インピーダンスは測定系のインピーダンスの値 Z_0 (通常 50Ω) と異なるので、入出力 RF 回路にはインピーダンス変換のための整合回路が設けられる。

図において、 $V_G(\theta) = V_{G0} + v_{in}(\theta)$, $V_D(\theta) = V_{D0} + v_{out}(\theta)$,

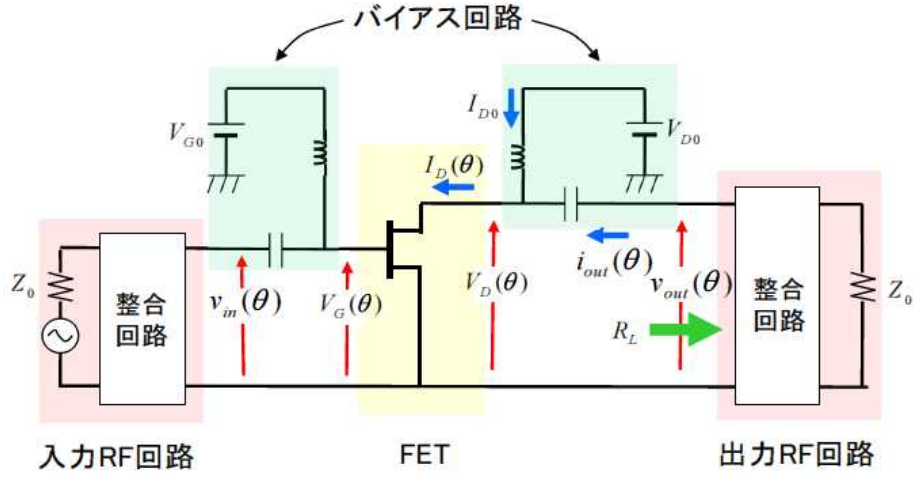
$I_D(\theta) = I_{D0} + i_{out}(\theta)$ である。ここで、 V_{G0} , V_{D0} , I_{D0} は直流バイアス電圧, 電流, $v_{in}(\theta)$, $v_{out}(\theta)$, $i_{out}(\theta)$ は RF 信号電圧, 電流である。また、 $\theta = \omega t = 2\pi f t$ である。

入力された RF 信号電圧 $v_{in}(\theta) = \Delta v_g \sin(\theta)$ により RF ドレイン電流 $i_{out}(\theta) = \Delta i_d \sin(\theta)$ が生じ、さらに R_L の負荷に次式で与えられる RF 出力電圧 $v_{out}(\theta)$ が生じる。

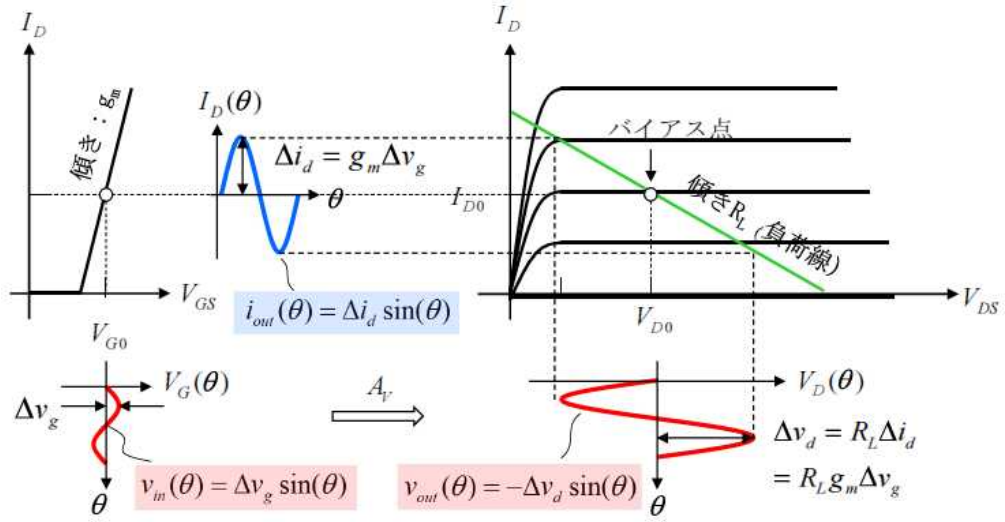
$$v_{out}(\theta) = -i_{out}(\theta)R_L = -\Delta i_d \sin(\theta)R_L = -\Delta v_d \sin(\theta) \quad (2.1)$$

$\Delta i_d = g_m \Delta v_g$ から、電圧利得 A_v は以下で与えられる。

$$A_v = \frac{v_{out}(\theta)}{v_{in}(\theta)} = \frac{-\Delta i_d \sin(\theta)R_L}{\Delta v_g \sin(\theta)} = -g_m R_L \quad (2.2)$$



(a) 基本構成



(b) 増幅動作メカニズム

図2.1 FET増幅器の(a)基本構成と(b)増幅動作メカニズム

さらに、RF出力電力（＝負荷で消費される電力） P_{out} ，直流入力電力 P_{DC} ，ド
レイン効率 η_d ，電力付加効率 η_{add} ，FETで消費される電力 P_C はそれぞれ以下で
与えられる。

$$P_{out} = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} v_{out}(\theta) \cdot (-i_{out}(\theta)) d\theta = \frac{1}{2} \Delta v_d \Delta i_d \quad (2.3)$$

$$P_{DC} = V_{D0} I_{D0} \quad (2.4)$$

$$\eta_d = \frac{P_{out}}{P_{DC}} = \frac{\Delta v_d \Delta i_d}{2V_{D0} I_{D0}} \quad (2.5)$$

$$\eta_{add} = \frac{P_{out} - P_{in}}{P_{DC}} = \eta_d \left(1 - \frac{1}{G}\right) \quad (G \text{ は電力利得}) \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} P_C &= \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} V_D(\theta) I_D(\theta) d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} (V_{D0} + v_{out}(\theta))(I_{D0} + i_{out}(\theta)) d\theta \\ &= V_{D0} I_{D0} + \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} v_{out}(\theta) i_{out}(\theta) d\theta = P_{DC} - P_{out} \end{aligned} \quad (2.7)$$

$P_C = 0$ の時、 $P_{DC} = P_{out}$ となり、その結果、 $\eta_d = 1$ (100%) となる。後述される高効率化の技術は、FETに印加される電圧と電流波形をうまく成形して、 $P_C = 0$ となるようにするものである。

2.2 有能電力と共役整合と反射

図 2.2 のように、内部インピーダンス $Z_s (= R_s + jX_s)$ の信号電圧源 V_s に負荷 $Z_L (= R_L + jX_L)$ を接続した交流回路を考える。ここで、 V_s は複素電圧とする。

この時、負荷抵抗 R_L に供給される（熱として消費される）電力 P_L は定義より以下で与えられる。

$$\begin{aligned}
 P_L &= \frac{1}{T} \int_T V_L I^* dt = \frac{1}{T} \int_T R_L |I|^2 dt = \frac{1}{T} \int_T \frac{R_L |V_S|^2}{(R_S + R_L)^2 + (X_S + X_L)^2} dt \\
 &= \frac{R_L}{(R_S + R_L)^2 + (X_S + X_L)^2} \frac{1}{T} \int_T |V_S|^2 dt = \frac{R_L |V_S|^2}{(R_S + R_L)^2 + (X_S + X_L)^2}
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

上式 (2.8) の 2 行目最後の関係は複素電圧 $V_S = Ae^{j\omega t}$ のとき、 $|V_S|^2 = A^2$ となり、時間に依存しないことから得られる。

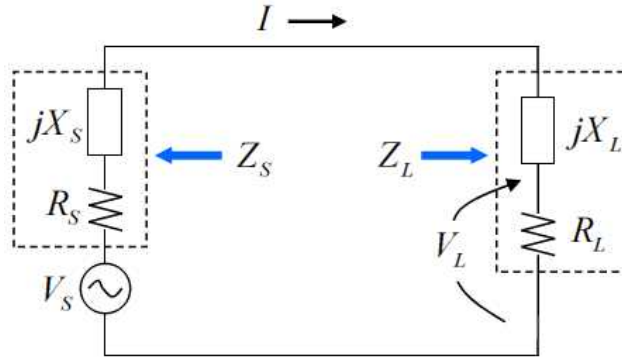


図 2.2 内部インピーダンス $Z_S (= R_S + jX_S)$ の信号電圧源 V_S に

負荷 $Z_L (= R_L + jX_L)$ を接続した交流回路

P_L の最大値（これを有能電力 P_{av} とよぶ）を与える X_L ， R_L の条件は，

$$\frac{\partial P_L}{\partial X_L} = 0 \quad \frac{\partial P_L}{\partial R_L} = 0 \tag{2.9}$$

から、求められ、

$$Z_L = R_L + jX_L = R_S - jX_S = Z_S^* \quad (\text{共役整合}) \quad (2.10)$$

式(2.8)にこれを代入して、

$$P_{av} = \frac{|V_S|^2}{4R_S} = \frac{|V_S|^2}{4\text{Re}(Z_S)} \quad (\text{有能電力}) \quad (2.11)$$

ここで、式(2.8)で与えられる P_L は式(2.11)の P_{av} を用いて次式で表わすことができる。

$$P_L = \frac{R_L |V_S|^2}{(R_L + R_S)^2 + (X_L + X_S)^2} = \frac{4R_S R_L}{(R_L + R_S)^2 + (X_L + X_S)^2} P_{av} \quad (2.12)$$

次に以下で与えられる電力 P_{ref} を考える。

$$\begin{aligned} P_{ref} &= P_{av} - P_L = P_{av} \left(1 - \frac{4R_S R_L}{(R_L + R_S)^2 + (X_L + X_S)^2} \right) \\ &= P_{av} \frac{(R_L - R_S)^2 + (X_L + X_S)^2}{(R_L + R_S)^2 + (X_L + X_S)^2} = P_{av} \left| \frac{Z_L - Z_S^*}{Z_L + Z_S} \right|^2 = P_{av} |\Gamma|^2 \end{aligned} \quad (2.13)$$

P_{ref} は反射電力と考えることができ、この時、反射係数 Γ は次式で与えられる。

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_S^*}{Z_L + Z_S} \quad (\text{反射係数}) \quad (2.14)$$

図 2.3 に回路中の P_{ref} , P_{av} , P_L , Γ の様子を示す。

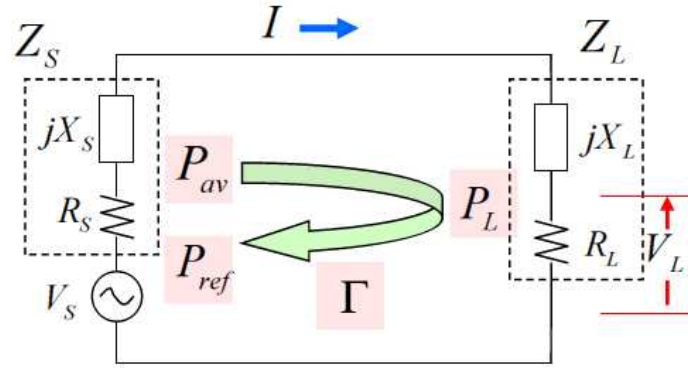


図 2.3 交流回路の P_{ref} , P_{av} , P_L , Γ

共役整合 ($Z_L = Z_S^*$) 時には、反射が無く ($\Gamma = 0$, $P_{ref} = 0$), $P_L = P_{av}$ となる。すなわち、共役整合時には、信号源の有能電力 P_{av} はすべて負荷 Z_L で消費される。

特に $Z_S = Z_0$ (=実数) の時、式 (2.14) は以下となる。これは、マイクロ波回路において一般に知られる電圧反射係数を与える式である。

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (2.15)$$

2.3 スミスチャート

電圧反射係数 Γ とインピーダンス Z やアドミタンス Y の関係を与える便利なグラフとしてスミスチャートがある。図 2.4 に Γ チャートとスミスチャートを示す。スミスチャートには Γ チャート上にインピーダンスの目盛をつけたインピーダンスチャートとアドミタンスの目盛をつけたアドミタンスチャートがある (図 2.4 はインピーダンスチャートの場合を示す)。一般にインピーダンス

チャートは測定系の特性インピーダンス Z_0 （通常 $Z_0 = 50\Omega$ ）で規格化された規格化インピーダンス $z = \frac{Z}{Z_0}$ の目盛りをつけて表わされ、アドミタンスチャートは特性アドミタンス $Y_0 = \frac{1}{Z_0}$ （通常 $Y_0 = 20mS$ ）で規格化された規格化アドミタンス $y = \frac{Y}{Y_0}$ の目盛りをつけて表わされる。

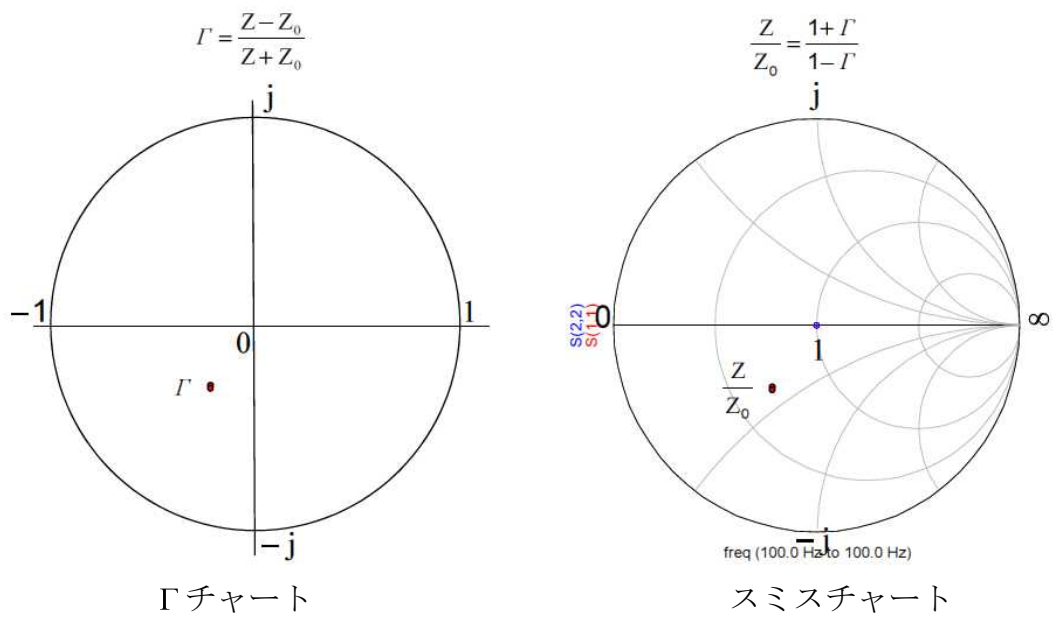


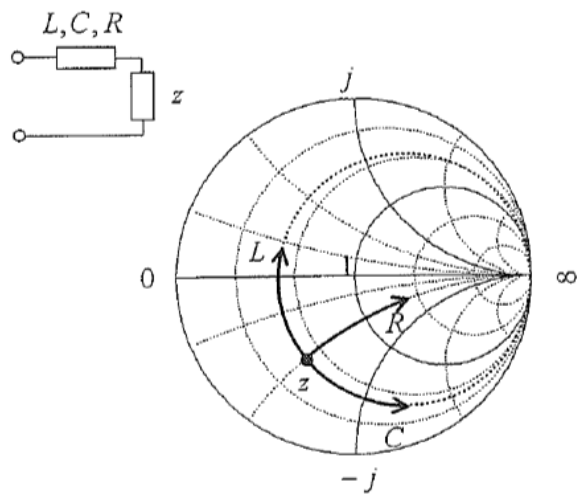
図 2.4 Γ チャートとスミスチャート

式(2.15)から、反射係数 Γ と規格化インピーダンス z および規格化アドミタンス y の関係は以下で与えられる。

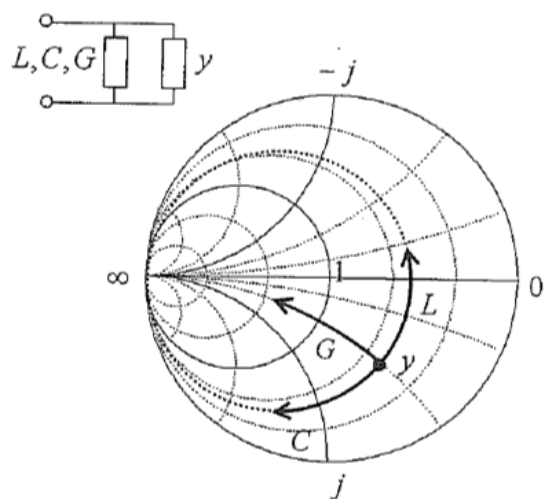
$$\begin{aligned}
 \Gamma &= \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = \frac{z - 1}{z + 1} \\
 &= \frac{Y_0 - Y}{Y_0 + Y} = \frac{1 - y}{1 + y}
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

図 2.5(a), (b)に示す様に、回路素子が負荷に直列に挿入される場合はインピーダンスチャートを用い、並列に挿入される場合はアドミタンスチャートを用

いてインピーダンス（アドミタンス）変換の解析が行われる。



(a) インピーダンスチャート



(b) アドミタンスチャート

図 2.5 スミスチャートによるインピーダンス（アドミタンス）変換の様子

図 2.6 に例として，入力インピーダンス Z_{in} ($=10-j15(\Omega)$) が，インダクタ L ，キャパシタ C のはしご形回路により，信号源インピーダンス Z_s ($=50(\Omega)$) にインピーダンス整合する様子を示す。 L ， C のはしご形回路のような無損失回路を用いる場合， $A-A'$ でインピーダンス整合するように回路を構成すると

$B-B'$ や $C-C'$ のような任意の点でも共役インピーダンス整合している^{注*1}。

注*1 ただし、抵抗（損失）を含む回路ではこのことは成り立たない。

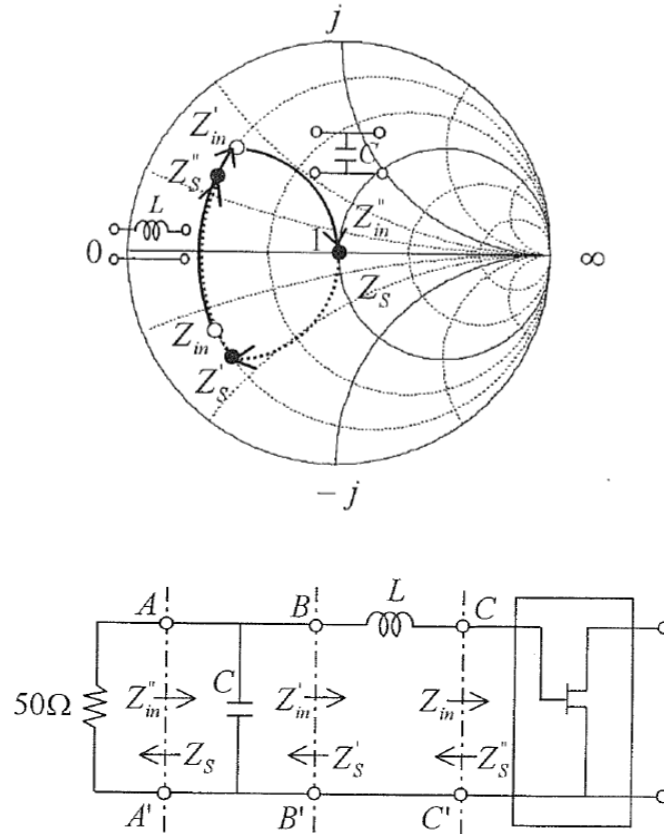


図 2.6 無損失 L ， C はしご形回路によるインピーダンス整合の様子

2.4 S パラメータとシグナルフローグラフ

2.4.1 S パラメータ

回路の端子電圧・電流の関係を与える回路パラメータとして Z ， Y ， H パラメータ等がある。これらのパラメータは回路の入出力端子を短絡（ショート）や開放（オープン）にした状態で端子電圧，電流の関係を与えるものとして定義される。これらのパラメータを測定にて求めようとするとき、マイクロ波周波数帯においては、完全オープン状態を（広帯域にわたり）実現することが難しいこと、トランジスタなどの能動デバイスのパラメータを測定するために入出力端子をショートやオープンにすると不安定動作（寄生発振）し、測定が困難

となるなどの問題が生じる。

これに対して、 S パラメータは入出力端子を伝送系の特性インピーダンス Z_0

(通常 $Z_0 = 50\Omega$) の負荷で終端した状態で測定される入射進行波と反射 (透過) 進行波を関係づけるものとして定義される。測定時に、オープン状態を用いる必要は無く、また、能動デバイスの不安定動作の問題も (ほとんど) 無くなる。 S パラメータは Z , Y , H 等のパラメータと相互に変換可能であり、回路の測定や解析にはその都度適したパラメータを用いることができる。

まず、 S パラメータの定義について述べ、例として Z パラメータとの変換公式を求める。

図 2.7 に解析モデルを示す。 Z パラメータで表された 2 端子対回路 (2 ポート回路) の端子①側を特性インピーダンス Z_{0S} の線路に接続すると共にそのインピーダンスで終端し、端子②側を特性インピーダンス Z_{0L} の線路に接続すると共にそのインピーダンスで終端している。なお、通常は $Z_{0S} = Z_{0L} = Z_0 (= 50\Omega)$ とされるが、ここでは、まず、 Z_{0S} と Z_{0L} を区別して議論を始める。

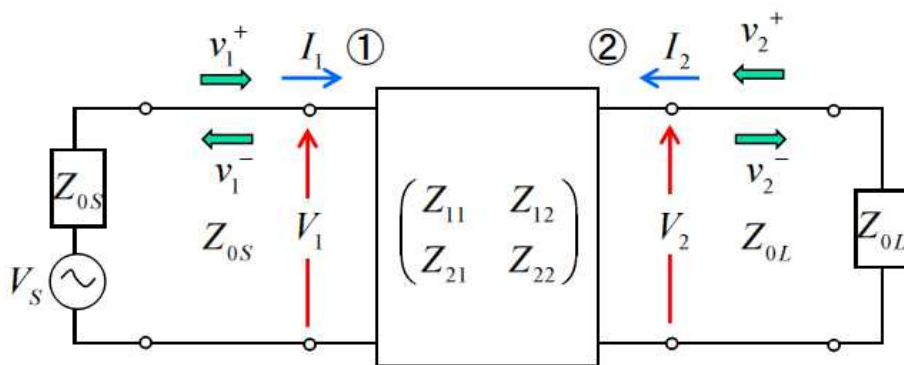


図 2.7 S パラメータ解析モデル

図中、 V_1 , V_2 は端子電圧、 I_1 , I_2 は端子電流、 v_1^+ , v_2^+ は入射進行波電圧、 v_1^- , v_2^- は反射 (透過) 進行波電圧で、次式で関係付けられる。

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= v_1^+ + v_1^- \\ I_1 &= \frac{v_1^+}{Z_{0S}} - \frac{v_1^-}{Z_{0S}} \\ V_2 &= v_2^+ + v_2^- \\ I_2 &= \frac{v_2^+}{Z_{0L}} - \frac{v_2^-}{Z_{0L}} \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

式(2.17), (2.18)から, V_1 , V_2 , I_1 , I_2 を消去して, 次式が得られる。

$$\begin{pmatrix} v_1^- \\ v_2^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-(Z_{0S} - Z_{11})(Z_{0L} + Z_{22}) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{0S} + Z_{11})(Z_{0L} + Z_{22}) - Z_{12}Z_{21}} & \frac{2Z_{12}Z_{0S}}{(Z_{0S} + Z_{11})(Z_{0L} + Z_{22}) - Z_{12}Z_{21}} \\ \frac{2Z_{21}Z_{0L}}{(Z_{0S} + Z_{11})(Z_{0L} + Z_{22}) - Z_{12}Z_{21}} & \frac{-(Z_{0S} + Z_{11})(Z_{0L} - Z_{22}) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{0S} + Z_{11})(Z_{0L} + Z_{22}) - Z_{12}Z_{21}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1^+ \\ v_2^+ \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

以上では, $Z_{0S} \neq Z_{0L}$ として式を導出したが, 通常は $Z_{0S} = Z_{0L} = Z_0 (= 50\Omega)$ とされるので, これを適用すると, 式(2.19)は以下となる。

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

$$\left. \begin{aligned}
S_{11} &= \frac{-(Z_0 - Z_{11})(Z_0 + Z_{22}) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_0 + Z_{11})(Z_0 + Z_{22}) - Z_{12}Z_{21}} \\
S_{12} &= \frac{2Z_{12}Z_0}{(Z_0 + Z_{11})(Z_0 + Z_{22}) - Z_{12}Z_{21}} \\
S_{21} &= \frac{2Z_{21}Z_0}{(Z_0 + Z_{11})(Z_0 + Z_{22}) - Z_{12}Z_{21}} \\
S_{22} &= \frac{-(Z_0 + Z_{11})(Z_0 - Z_{22}) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_0 + Z_{11})(Z_0 + Z_{22}) - Z_{12}Z_{21}}
\end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

ここで、 a_1 、 a_2 は入射進行波電圧 v_1^+ 、 v_2^+ と、また、 b_1 、 b_2 は反射（透過）進行波電圧 v_1^- 、 v_2^- と次式で関係づけられる。

$$\left. \begin{aligned}
a_1 &= \frac{v_1^+}{\sqrt{Z_0}} & b_1 &= \frac{v_1^-}{\sqrt{Z_0}} \\
a_2 &= \frac{v_2^+}{\sqrt{Z_0}} & b_2 &= \frac{v_2^-}{\sqrt{Z_0}}
\end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

この時、 $|a_1|^2$ 、 $|a_2|^2$ 、 $|b_1|^2$ 、 $|b_2|^2$ は進行波の電力を与える。

式(2.20)は S パラメータの定義式である。式から、 S パラメータの各成分は以下のように与えることができる。

$$\left. \begin{aligned}
S_{11} &= \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0} & S_{12} &= \left. \frac{b_1}{a_2} \right|_{a_1=0} \\
S_{21} &= \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=0} & S_{22} &= \left. \frac{b_2}{a_2} \right|_{a_1=0}
\end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

式(2.23)は S パラメータの測定方法を示すものでもある。例えば、 S_{11} は端子②

側をインピーダンス Z_0 で終端して $a_2 = 0$ とした状態で、端子①側の反射 $\frac{b_1}{a_1}$ を測

定することにより求めることができる。また、 S_{12} は端子①側をインピーダンス

Z_0 で終端して $a_1 = 0$ とした状態で、端子②側から端子①側への透過 $\frac{b_1}{a_2}$ を測定す

ることにより求めることができる。 S_{21} 、 S_{22} も同様にして求めることができる。

なお、式(2.21)は Z パラメータから S パラメータへの変換式を与えるものである。 S パラメータと Z 、 Y 、 H パラメータの変換公式を付録 A にまとめて示す。

2.4.2 シグナルフローグラフ

測定などで得られた S パラメータを Z 、 Y 、 H 等のパラメータに変換して回路解析を行うこともできるが、 S パラメータをそのまま用いて回路解析を行うこともできる。この時便利に用いられるのがシグナルフローグラフ^[4]である。シグ

ナルフローグラフは入射進行波 a_1 、 a_2 および反射（透過）進行波 b_1 、 b_2 を節と

し、節と節を進行波が流れる向きに矢印を付けた枝で接続することにより表わすものである。

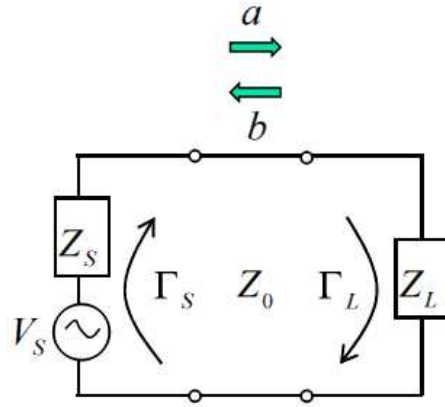
例えば、図 2.8(a) で表わされる内部インピーダンス Z_s を有する信号源にインピ

ーダンス Z_L の負荷を直接接続（特性インピーダンス Z_0 、長さ 0 の伝送線路を介

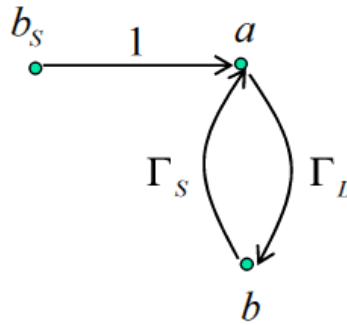
して接続）した回路のシグナルフローグラフは図 2.8(b) のように表わされる。

図において、 Γ_s は Z_s と Z_0 とによる反射係数、 Γ_L は Z_L と Z_0 とによる反射係数であり、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_s &= \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0} \\ \Gamma_L &= \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$



(a) 回路構成



(b) シグナルフローグラフ

図 2.8 内部インピーダンス Z_s を有する信号源にインピーダンス Z_L の負荷を接続した回路の (a) 回路構成と (b) シグナルフローグラフ

シグナルフローグラフから，次式の関係が得られる。

$$\left. \begin{aligned} a &= b_s + \Gamma_s b \\ b &= \Gamma_L a \end{aligned} \right\} \quad (2.25)$$

上式をパラメータ a ， b について解き，これらを Γ_s ， Γ_L ， b_s の関数として表わすと以下となる。

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{b_s}{1 - \Gamma_s \Gamma_L} \\ b &= \frac{\Gamma_L b_s}{1 - \Gamma_s \Gamma_L} \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

この時、負荷で消費される電力 P_L は以下となる。

$$P_L = |a|^2 - |b|^2 = \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - \Gamma_s \Gamma_L|^2} |b_s|^2 \quad (2.27)$$

b_s は信号源からの進行波であり有能電力 P_{av} に関するものである。以下で b_s の導出を行う。

2.2 節の議論から、有能電力 P_{av} は、 $Z_L = Z_s^*$ （共役整合）時に負荷で消費される電力として与えられるものである。これは式(2.27)において $\Gamma_L = \Gamma_s^*$ とした時に得られる電力 P_L にほかならない。すなわち、

$$P_{av} = \frac{1 - |\Gamma_s^*|^2}{|1 - \Gamma_s \Gamma_s^*|^2} |b_s|^2 = \frac{1}{1 - |\Gamma_s|^2} |b_s|^2 \quad (2.28)$$

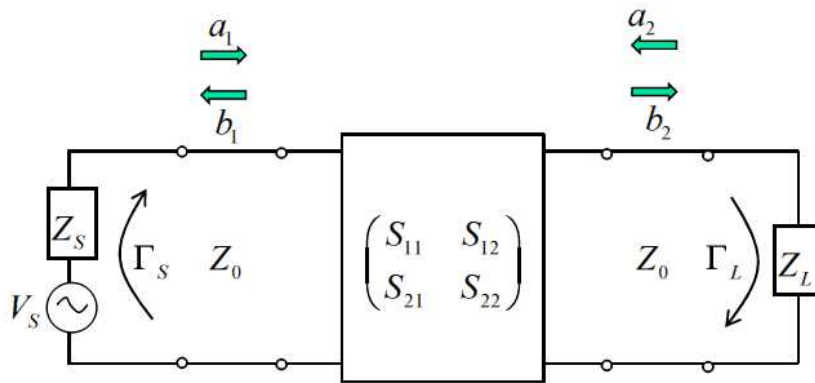
上式(2.28)と、 P_{av} に対する式(2.11)および Γ_s に対する式(2.24)を用いて、

$$\begin{aligned} |b_s|^2 &= (1 - |\Gamma_s|^2) P_{av} = (1 - |\Gamma_s|^2) \frac{|V_s|^2}{4 \operatorname{Re}(Z_s)} \\ &= \left(1 - \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0} \cdot \frac{Z_s^* - Z_0}{Z_s^* + Z_0} \right) \frac{|V_s|^2}{2(Z_s + Z_s^*)} = \frac{Z_0 |V_s|^2}{|Z_s + Z_0|^2} \end{aligned} \quad (2.29)$$

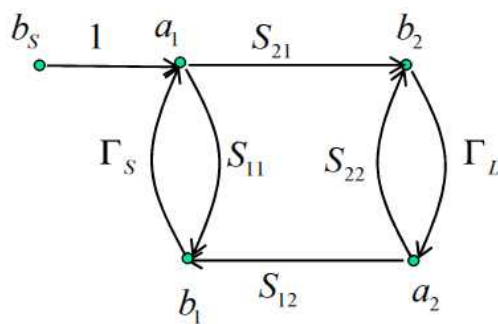
これから、 b_s は以下で与えられる。

$$b_s = \frac{\sqrt{Z_0} V_s}{Z_s + Z_0} \quad (2.30)$$

次に例えば、図 2.9(a)の回路について考える。この回路は、図 2.8 の回路系に 2 端子対回路 (2 ポート回路) を装荷したものである。このシグナルフローグラフは図 2.9(b) で表わされる。



(a) 回路構成



(b) シグナルフローグラフ

図 2.9 図 2.8 の回路系に 2 端子対回路 (2 ポート回路) を装荷した
(a) 回路構成と (b) シグナルフローグラフ

シグナルフローグラフから，以下の関係式が得られる。

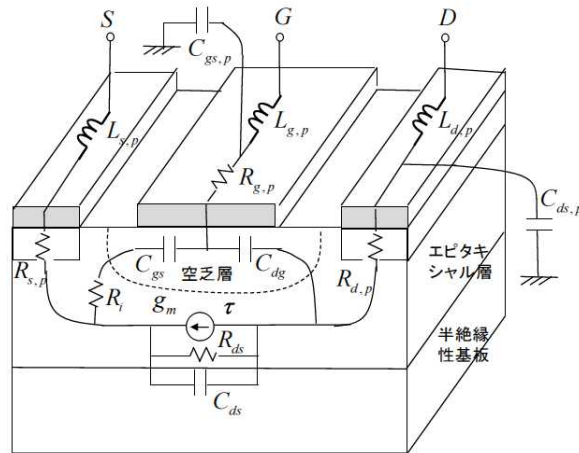
$$\left. \begin{aligned} a_1 &= b_s + \Gamma_s b_1 \\ a_2 &= \Gamma_L b_2 \\ b_1 &= S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \\ b_2 &= S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

上記連立式を解くことにより a_1 ， a_2 ， b_1 ， b_2 が求められ，さらに，これらを用いて，反射や透過係数，また，電力等を求めることができる。

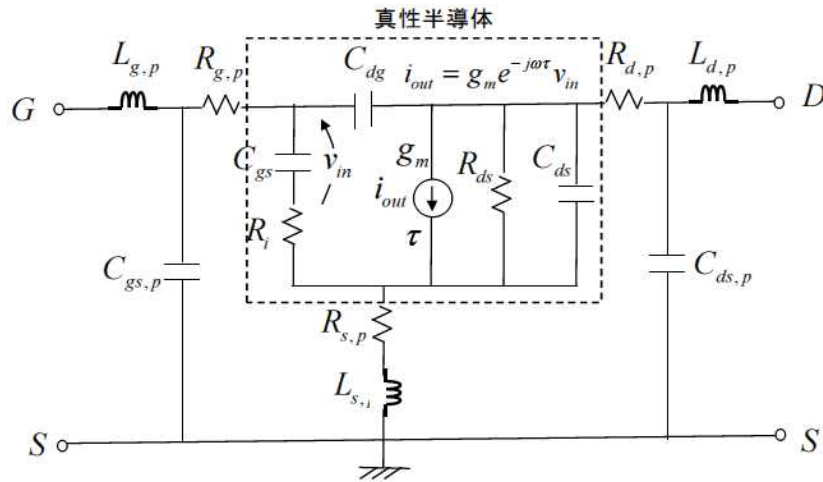
2.5 小信号 RF 特性

2.5.1 FET の小信号モデリング

図 2.10 に，(a) FET の構造と (b) 小信号 RF 等価回路モデルを示す。図 2.10 (a) の FET 構造には等価回路素子との対応も示す。ここで，FET 構造は MESFET を想定して描いているが，等価回路モデルはヘテロ接合 FET (HFET) 等の他の構造の FET にも適用できる。



(a) FET の構造



(b) 小信号 RF 等価回路モデル

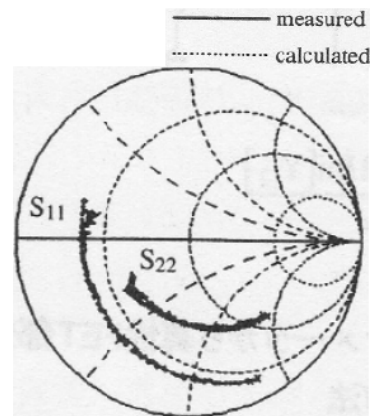
図2.10 FETの構造と小信号RF等価回路モデル

等価回路素子値はFETのSパラメータ測定結果から、フィッティングによって求められる。図2.11にpHEMTの場合を例に、フィッティング結果を示す。図の(a)は等価回路素子値、(b)はSパラメータ(S_{11} , S_{22})の測定結果と等価回路素子値を用いて計算された結果との比較を示す。

pHEMT $L_g = 0.15\mu\text{m}$ $W_g = 60\mu\text{m}$

バイアス条件 $V_{D0} = 2V$ $I_{D0} = 12mA$

パラメータ	値	パラメータ	値	パラメータ	値
g_m (mS)	50	$C_{gs,p}$ (pF)	0.004	$R_{d,p}$ (Ω)	2.0
τ (psec)	1.5	$C_{ds,p}$ (pF)	0.004	R_{ds} (Ω)	150
C_{gs} (pF)	0.06	$R_{g,p}$ (Ω)	1.0	$L_{g,p}$ (nH)	0.1
C_{dg} (pF)	0.009	R_i (Ω)	12.0	$L_{s,p}$ (nH)	0.02
C_{ds} (pF)	0.04	$R_{s,p}$ (Ω)	5.0	$L_{d,p}$ (nH)	0.1



(a) 等価回路素子値

(b) S_{11} , S_{22}

図2.11 pHEMTのフィッティング結果の例

2.5.2 利得と最大発振周波数

増幅器設計に際して，増幅素子であるFETがもともと有する利得性能や増幅動作する最大周波数等の性能限界をあらかじめ知っておくことが必要である。以下でこれらについて述べる。

図2.12(a)，(b)にFET増幅器の小信号RF等価回路を示す。

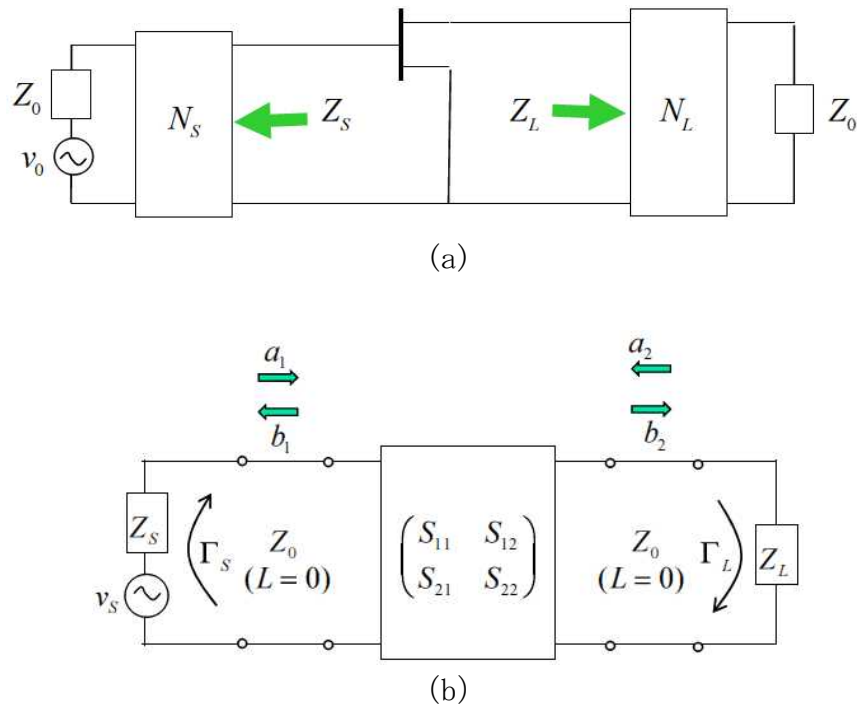


図 2.12 FET 増幅器の小信号 RF 等価回路

図2.12(a)の場合，信号源および負荷のインピーダンスは $Z_0 = 50\Omega$ （測定系の特性インピーダンスと同じ）とし，インピーダンス変換回路 N_S ， N_L によりFETから信号源側を見込むインピーダンスは Z_S に，負荷側を見込むインピーダンスは Z_L となるようにインピーダンス変換されているとする。この時，信号源から取り出さる電力（有能電力） P_{av} は信号源電圧 v_0 を用いて以下で与えられる（2.2節参照）。

$$P_{av} = \frac{|v_0|^2}{4\text{Re}(Z_0)} = \frac{|v_0|^2}{4Z_0} \quad (2.32)$$

図2.12(b)の等価回路は図2.12(a)の等価回路と等価である。図2.12(b)ではFET部をSマトリクスで表わし、FETは信号源インピーダンス Z_S ，および負荷インピーダンス Z_L に，特性インピーダンス Z_0 ，長さ $L=0$ の線路を介して接続されている（実際には直結されている）と考える。ここで，信号源側を見込む反射係数は Γ_S ($= \frac{Z_S - Z_0}{Z_S + Z_0}$)，負荷側を見込む反射係数は Γ_L ($= \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$)

である。またここで，図2.12(b)における信号源電圧 v_S は以下で与えられる。

$$|v_S|^2 = \frac{\text{Re}(Z_S)}{Z_0} |v_0|^2 \quad \rightarrow \quad P_{av} = \frac{|v_S|^2}{4\text{Re}(Z_S)} = \frac{|v_0|^2}{4Z_0} \quad (2.33)$$

上式(2.33)から，信号源から取り出しうる電力（有能電力）は図2.12(a)と図2.12(b)で等しくなっている。

図2.13に，図2.12(b)の回路に対応したシグナルフローグラフを示す。

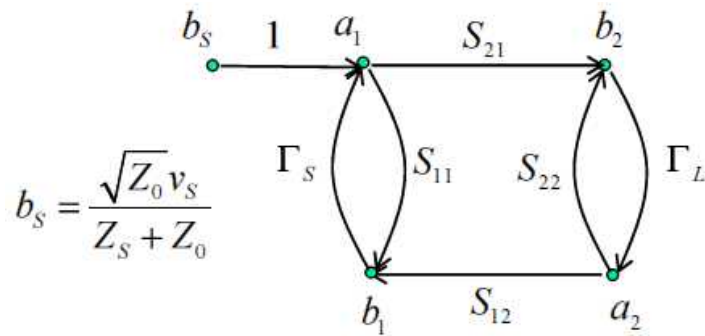


図 2.13 増幅回路のシグナルフローグラフ

図のシグナルフローグラフのパラメータを用いると、信号源からの有能電力 P_{av}

，および RF 出力電力（＝負荷で消費される電力） P_{out} は以下で与えられる。

$$P_{av} = \frac{|b_s|^2}{1 - |\Gamma_s|^2} \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} P_{out} &= |b_2|^2 (1 - |\Gamma_L|^2) \\ &= \left| \frac{S_{21} b_s}{(1 - S_{11} \Gamma_s)(1 - S_{22} \Gamma_L) - S_{12} S_{21} \Gamma_s \Gamma_L} \right|^2 (1 - |\Gamma_L|^2) \end{aligned} \quad (2.35)$$

上記の P_{av} ， P_{out} の電力比として、トランスデューサ電力利得 (Transducer Power Gain) G_T が以下のように定義される。

$$G_T = \frac{P_{out}}{P_{av}} = \frac{\text{RF出力電力(入出力整合考慮なし)}}{\text{信号源からの有能電力}} \quad (2.36)$$

式 (2.34)，(2.35) で与えられる P_{av} ， P_{out} を上式 (2.36) に代入することにより G_T に関して次式が得られる。

$$G_T = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_s|^2)(1 - |\Gamma_L|^2)}{|(1 - S_{11} \Gamma_s)(1 - S_{22} \Gamma_L) - S_{12} S_{21} \Gamma_s \Gamma_L|^2} \quad (2.37)$$

次に、有能電力利得 (Available Power Gain) G_A について述べる。 G_A は、出力側をインピーダンス整合（入力側については整合なし）した場合の電力利得として、以下のように定義される。

$$G_A = \frac{\text{出力整合時のRF出力電力(入力整合考慮なし)}}{\text{信号源からの有能電力}} \quad (2.38)$$

図 2.14 に、有能電力利得 (Available Power Gain) G_A を得る場合のシグナルフローグラフを示す。

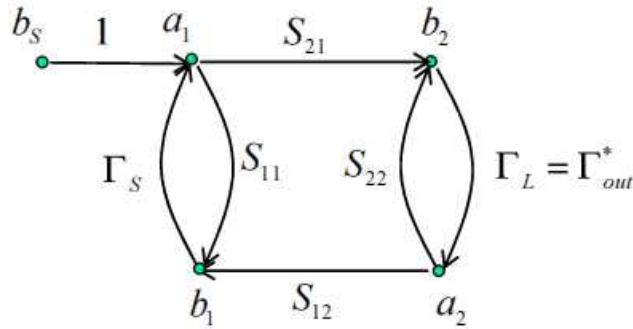


図 2.14 増幅回路のシグナルフローグラフ (G_A を得る場合)

図 2.14 は、図 2.13 における負荷側反射係数 Γ_L を、 $\Gamma_L = \Gamma_{out}^*$ とすることで得られる。ここで、 Γ_{out} は負荷側から FET の出力側を見込む反射係数であり、 Γ_{out}^* は Γ_{out} の複素共役数である。 G_A は、 G_T を表わす式 (2.37) において、 $\Gamma_L \rightarrow \Gamma_{out}^*$ とすることで得られる。ここで、 Γ_{out} は次式で与えられる (付録 B 参照)。

$$\Gamma_{out} = S_{22} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_s}{1 - S_{11}\Gamma_s} \quad (2.39)$$

式 (2.37) において、 Γ_L を Γ_{out}^* で置き換え、式整理することにより、 G_A に関する次式が得られる。

$$\begin{aligned}
G_A &= \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2)(1 - |\Gamma_{out}^*|^2)}{\left| (1 - S_{11}\Gamma_S)(1 - S_{22}\Gamma_{out}^*) - S_{12}S_{21}\Gamma_S\Gamma_{out}^* \right|^2} \\
&= \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2)}{1 - |S_{22}|^2 + |\Gamma_S|^2 (|S_{11}|^2 - |D|^2) - 2\operatorname{Re}(\Gamma_S M)}
\end{aligned} \tag{2.40}$$

$$\text{ここで, } D = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}, \quad M = S_{11} - DS_{22}^*$$

次に、最大有能電力利得 $G_{A,\max}$ (Maximum Available Power Gain) (MAG と呼ぶ) について述べる。 $G_{A,\max}$ は、入出力を同時にインピーダンス整合した場合の電力利得として、以下のように定義される。

$$G_{A,\max} = \frac{\text{入出力同時整合時のRF出力電力}}{\text{信号源からの有能電力}} \tag{2.41}$$

図 2.15 に、 $G_{A,\max}$ を得る場合のシグナルフログラフを示す。

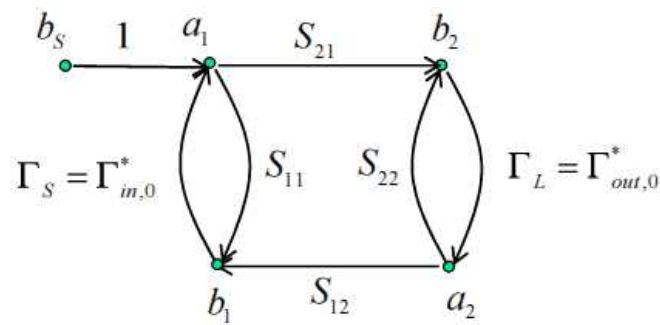


図 2.15 増幅回路のシグナルフログラフ ($G_{A,\max}$ を得る場合)

図 2.15 は、図 2.13 における反射係数 Γ_S , Γ_L を、 $\Gamma_S = \Gamma_{in,0}^*$, $\Gamma_L = \Gamma_{out,0}^*$ と

することで得られる。ここで、 $\Gamma_{in,0}$ 、 $\Gamma_{out,0}$ は入出力同時整合した時に FET 側を見込む入出力反射係数 Γ_{in} 、 Γ_{out} であり、次式を同時に満足する解として求められる (Γ_{in} 、 Γ_{out} については付録 B 参照)。

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_S = \Gamma_{in}^* &= \left(S_{11} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right)^* \\ \Gamma_L = \Gamma_{out}^* &= \left(S_{22} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} \right)^* \end{aligned} \right\} \quad (2.42)$$

$G_{A,\max}$ は、 G_T を表わす式 (2.37) において、 $\Gamma_S \rightarrow \Gamma_{in,0}^*$ 、 $\Gamma_L \rightarrow \Gamma_{out,0}^*$ とすることで得られる。ただし、 $\Gamma_{in,0}^*$ 、 $\Gamma_{out,0}^*$ は式 (2.42) を解いて、以下のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_S = \Gamma_{in,0}^* &= \frac{B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4|M|^2}}{2M} \\ \Gamma_L = \Gamma_{out,0}^* &= \frac{B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4|N|^2}}{2N} \end{aligned} \right\} \quad (2.43)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= 1 + |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 - |D|^2 \\ B_2 &= 1 + |S_{22}|^2 - |S_{11}|^2 - |D|^2 \\ M &= S_{11} - DS_{22}^* \\ N &= S_{22} - DS_{11}^* \\ D &= S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21} \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

式 (2.37) において, $\Gamma_S \rightarrow \Gamma_{in,0}^*$, $\Gamma_L \rightarrow \Gamma_{out,0}^*$ とし, 式整理することにより

$G_{A,\max}$ に関する次式が得られる (式導出は文献[3]に詳しい)。

$$G_{A,\max} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_{in,0}^*|^2)(1 - |\Gamma_{out,0}^*|^2)}{\left| (1 - S_{11}\Gamma_{in,0}^*)(1 - S_{22}\Gamma_{out,0}^*) - S_{12}S_{21}\Gamma_{in,0}^*\Gamma_{out,0}^* \right|^2}$$

$$= \left| \frac{S_{21}}{S_{12}} \right|^2 (K - \sqrt{K^2 - 1}) \quad (2.45)$$

$$\text{ここで,} \quad K = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}|^2}{2|S_{12}|^2|S_{21}|^2} \quad (2.46)$$

K は安定係数と呼ばれる。 $G_{A,\max}$ は $K \geq 1$ の場合に定義される。

$K < 1$ の場合, $G_{A,\max}$ は定義されず, 代わりに次式で与えられる最大安定電力

利得 $G_{S,\max}$ (Maximum Stable Power Gain) (MSG と呼ぶ) が定義される。

$$G_{S,\max} = \left| \frac{S_{21}}{S_{12}} \right|^2 \quad (2.47)$$

$G_{S,\max}$ は損失回路を適切に付加して, $K = 1$ となるようにした時の $G_{A,\max}$ に相当すると考えることができる。

次に, ユニラテラル電力利得 U (Unilateral Power Gain)^{[5], [6]} について述べる。 U は, 中和回路で内部帰還をなくした状態で入出力を同時にインピーダンス整合した時の電力利得として, 以下のように定義される。

$$U = \frac{\text{中和回路で内部帰還をなくし, かつ, 入出力同時整合した時のRF出力電力}}{\text{信号源からの有能電力}} \quad (2.48)$$

U は S パラメータを使って次式で表わせる。

$$U = \frac{\left| \frac{S_{21}}{S_{12}} - 1 \right|^2}{2K \left| \frac{S_{21}}{S_{12}} \right| - 2 \operatorname{Re} \left[\frac{S_{21}}{S_{12}} \right]} \quad (2.49)$$

U はさらに $G_{A,\max}$ との間に以下の関係がある。

$$G_{A,\max} = U(2U - 1) + 2\sqrt{U(U - 1)} \quad (2.50)$$

図 2.16 に、利得 $G_{A,\max}$, $G_{S,\max}$, U および安定係数 K の周波数特性の例を示す。

式 (2.50) によれば、 $U = 1$ ($0dB$) の時、 $G_{A,\max} = 1$ ($0dB$) となる。

$G_{A,\max} = U = 1$ ($0dB$) となる周波数を最大発振周波数 f_{\max} と呼び、FET が増幅素子として 1 以上 ($0dB$ 以上) の利得を有して増幅動作する上限の周波数を与える。

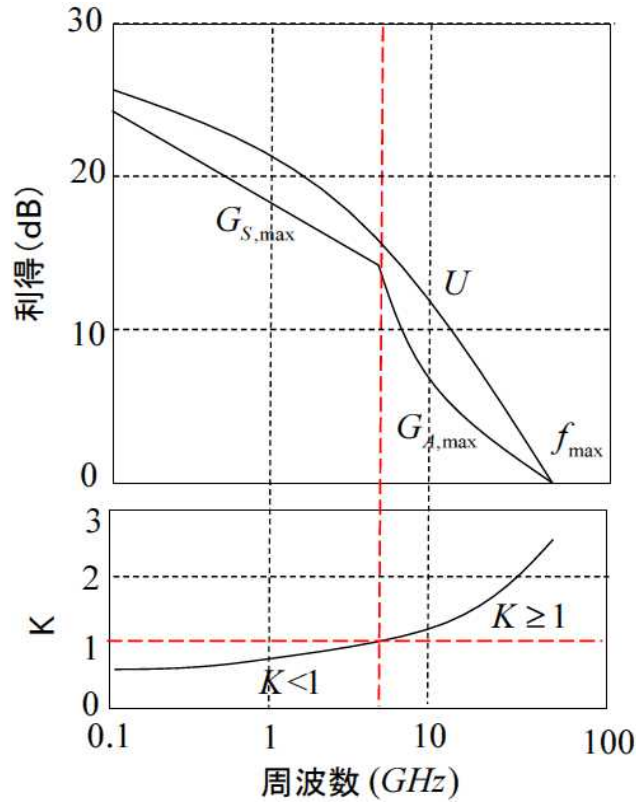


図 2.16 利得 $G_{A,max}$, $G_{S,max}$, U および安定係数 K の周波数特性の例

2.5.3 安定係数と安定円

すでに述べたように、増幅回路において、信号源側から FET の入力側を見込む反射係数 Γ_{in} , 負荷側から FET の出力側を見込む反射係数 Γ_{out} はそれぞれ次式で与えられる (付録 B 参照)。

$$\Gamma_{in} = S_{11} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \quad (2.51)$$

$$\Gamma_{out} = S_{22} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} \quad (2.52)$$

ここで、 $|\Gamma_{in}| > 1$ である時、FET を見込んだインピーダンスが負性抵抗となって

いる。負性抵抗を呈する時，受動回路を用いてインピーダンス整合することはできない。 $|\Gamma_{out}| > 1$ である時も同様である。

これから，負性抵抗を呈さず，入出力整合が受動回路を用いて実現されるためには以下が必要である。

$$|\Gamma_{in}| = \left| S_{11} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right| \leq 1 \quad (2.53)$$

$$|\Gamma_{out}| = \left| S_{22} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} \right| \leq 1 \quad (2.54)$$

まず，式 (2.53) について考える。両辺を 2 乗しても不等号関係は変わらないので，両辺を 2 乗して整理すると，

$$(|S_{22}|^2 - |D|^2)|\Gamma_L|^2 - N\Gamma_L - N^*\Gamma_L^* + 1 - |S_{11}|^2 \geq 0 \quad (2.55)$$

これをさらに整理して次式を得る。

$$(|S_{22}|^2 - |D|^2) \left| \Gamma_L - \frac{N^*}{|S_{22}|^2 - |D|^2} \right|^2 \geq \frac{|S_{12}S_{21}|^2}{|S_{22}|^2 - |D|^2} \quad (2.56)$$

ここで， $(|S_{22}|^2 - |D|^2) > 0$ の場合を考える。この時，上式 (2.56) の両辺を

$(|S_{22}|^2 - |D|^2)$ で割り算して次式が得られる。

$$\left| \Gamma_L - \frac{N^*}{|S_{22}|^2 - |D|^2} \right|^2 \geq \frac{|S_{12}S_{21}|^2}{(|S_{22}|^2 - |D|^2)^2} \quad (2.57)$$

ここで, $r_L = \frac{N^*}{|S_{22}|^2 - |D|^2}$, $R_L = \frac{|S_{12}S_{21}|}{|S_{22}|^2 - |D|^2} (\geq 0)$ とすると, 上式(2.57)

は以下となる。

$$|\Gamma_L - r_L|^2 \geq R_L^2 \quad (2.58)$$

上式(2.58)は, Γ_L が, 中心 r_L , 半径 R_L の円(安定円と呼ぶ)の外側にあることを意味する。すなわち, Γ_L が, 安定円の外側の領域にある時, $|\Gamma_{in}| \leq 1$ となり安定動作することを意味する。

この安定動作する領域内(この場合安定円の外側)に $|\Gamma_L| \leq 1$ が含まれる時, 受動回路で構成されたすべての負荷 Z_L ($|\Gamma_L| \leq 1$) に対して $|\Gamma_{in}| \leq 1$ となり, 安定動作する。この状態を絶対安定と呼ぶ。図 2.17 に絶対安定動作の様子を示す。

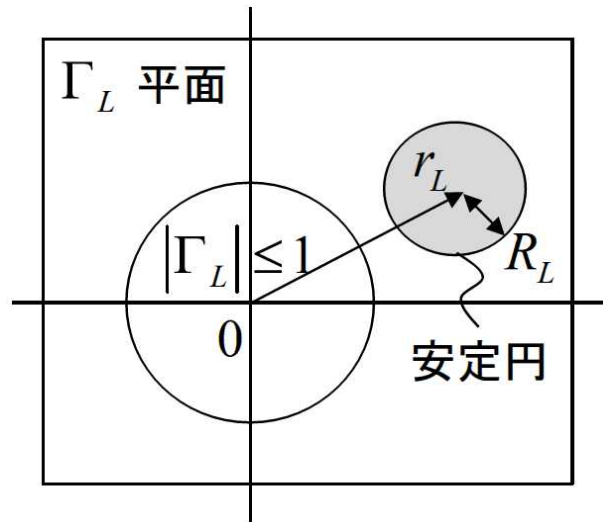


図 2.17 Γ_L 平面上の絶対安定動作の様子 ($(|S_{22}|^2 - |D|^2) > 0$, $K \geq 1$ の場合)

絶対安定動作する時, FET の S パラメータにはどのような条件が必要となるのであろうか? 以下でそれについて述べる。

図 2.17 のような絶対安定の関係は、 $|r_L| - R_L \geq 1$ のときに実現される。すなわち、次式の条件を満たす時に実現される。

$$|r_L| - R_L = \frac{|N^*|}{|S_{22}|^2 - |D|^2} - \frac{|S_{12}S_{21}|}{|S_{22}|^2 - |D|^2} \geq 1 \quad (2.59)$$

上式(2.59)を整理して、

$$|N^*| \geq |S_{22}|^2 - |D|^2 + |S_{12}S_{21}| (\geq 0) \quad (2.60)$$

両辺を 2 乗しても不等号関係は変わらないので、以下が得られる。

$$|N^*|^2 \geq (|S_{22}|^2 - |D|^2 + |S_{12}S_{21}|)^2 \quad (2.61)$$

ここで、 $|N^*|^2$ は、多少の式変換を行うことで、以下のように表わせる。

$$\begin{aligned} |N^*|^2 &= (S_{22} - DS_{11}^*)(S_{22}^* - D^*S_{11}) \\ &= (1 - |S_{11}|^2)(|S_{22}|^2 - |D|^2) + |S_{12}S_{21}|^2 \end{aligned} \quad (2.62)$$

これを式(2.61)に代入し、さらに式整理すると最終的に次式が得られる。

$$K = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}|^2}{2|S_{12}|^2|S_{21}|^2} \geq 1 \quad (2.63)$$

ここで、 K は、先に式(2.46)で導入した安定係数そのものである。

以上のことから、 $(|S_{22}|^2 - |D|^2) > 0$ 、かつ、 $K \geq 1$ の時、図 2.17 に示すよう

に、安定動作する領域内（安定円の外側）に $|\Gamma_L| \leq 1$ の領域が含まれ、受動回路による負荷 Z_L （ $|\Gamma_L| \leq 1$ ）に対して常に $|\Gamma_m| \leq 1$ となり、安定動作する（絶対安定）。

逆に、 $K < 1$ の時には、 $|\Gamma_L| \leq 1$ の円内の一部、または、すべてに不安定領域（安定円の内側）が入ってくる。

図 2.18 に不安定動作の様子を示す。図 2.18(a)のように $|\Gamma_L| \leq 1$ の円内の一部に不安定領域を含む場合は、条件付安定と呼ぶ。

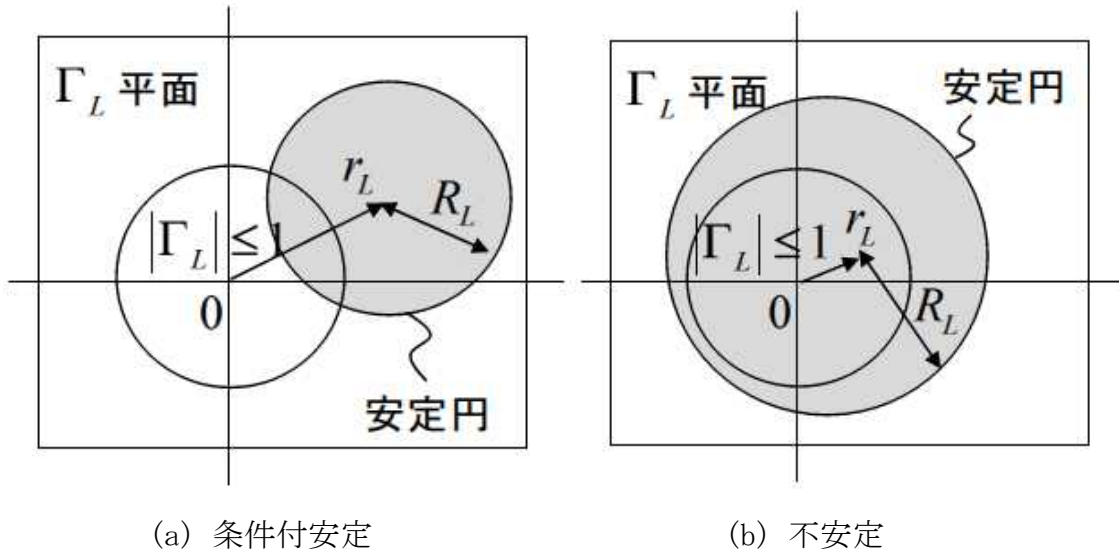


図 2.18 Γ_L 平面上の不安定動作の様子（ $(|S_{22}|^2 - |D|^2) > 0$, $K \leq 1$ の場合）

次に、式 (2.56) において、 $(|S_{22}|^2 - |D|^2) < 0$ の場合を考える。両辺を $(|S_{22}|^2 - |D|^2)$ で割り算し、さらに式整理すると次式が得られる。

$$\left| \Gamma_L - \frac{N^*}{|S_{22}|^2 - |D|^2} \right|^2 \leq \frac{|S_{12}S_{21}|^2}{(|S_{22}|^2 - |D|^2)^2} \quad (2.64)$$

ここで, $r_L = \frac{N^*}{|S_{22}|^2 - |D|^2}$, $R_L = \frac{|S_{12}S_{21}|}{|D|^2 - |S_{22}|^2} (\geq 0)$ とすると, 上式(2.64)

は以下となる。

$$|\Gamma_L - r_L|^2 \leq R_L^2 \quad (2.65)$$

上式(2.65)は, Γ_L が, 中心 r_L , 半径 R_L の円 (安定円) の内側にあることを意味する。すなわち, この場合には, Γ_L が, 安定円の内側の領域にある時,

$|\Gamma_{in}| \leq 1$ となり安定動作することを意味する。

この安定動作する領域内 (この場合安定円の内側) に $|\Gamma_L| \leq 1$ が含まれる時, 受動回路で構成されたすべての負荷 Z_L ($|\Gamma_L| \leq 1$) に対して $|\Gamma_{in}| \leq 1$ となり, 安定動作する。この状態を絶対安定と呼ぶ。図 2.19 にこの場合の絶対安定動作の様子を示す。

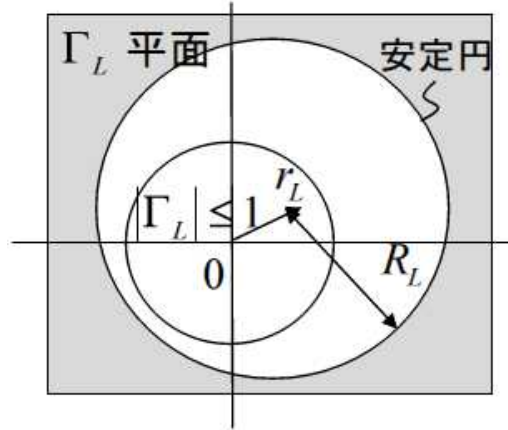


図 2.19 Γ_L 平面上の絶対安定動作の様子 ($(|S_{22}|^2 - |D|^2) < 0$, $K \geq 1$ の場合)

図 2.19 のような安定動作の関係は, $R_L - |r_L| \geq 1$ のときに実現される。すなわち, 次式の条件を満たす時, 絶対安定動作が実現される。

$$R_L - |r_L| = \frac{|S_{12}S_{21}|}{|D|^2 - |S_{22}|^2} - \frac{|N^*|}{|D|^2 - |S_{22}|^2} \geq 1 \quad (2.66)$$

式(2.66)を整理して,

$$(0 \leq) |N^*| \leq |S_{22}|^2 - |D|^2 + |S_{12}S_{21}| \quad (2.67)$$

両辺を2乗しても不等号関係は変わらないので, 以下が得られる。

$$|N^*|^2 \leq (|S_{22}|^2 - |D|^2 + |S_{12}S_{21}|)^2 \quad (2.68)$$

式(2.62)の $|N^*|^2$ の結果を上式(2.68)に代入し, さらに式整理すると最終的に次式が得られる。

$$K = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}|^2}{2|S_{12}|^2|S_{21}|^2} \geq 1 \quad (2.69) \quad ((2.63)と同じ)$$

これは, 先の式(2.63)と同じになっている。

以上より, $(|S_{22}|^2 - |D|^2) < 0$, かつ, $K \geq 1$ の時, 図2.19に示すように, 安定動作する領域内(安定円の内側)に $|\Gamma_L| \leq 1$ の領域が含まれ, 受動回路による負荷 Z_L ($|\Gamma_L| \leq 1$)に対して常に $|\Gamma_{in}| \leq 1$ となり, 安定動作する(絶対安定)。

逆に, $K < 1$ の時には, $|\Gamma_L| \leq 1$ の円内の一部, または, すべてに不安定領域(安定円の外側)が入ってくる。図2.20(a), (b)に不安定動作の様子を示す。図2.20(a)のように $|\Gamma_L| \leq 1$ の円内の一部に不安定領域を含む場合は, 条件付安定と呼ぶ。

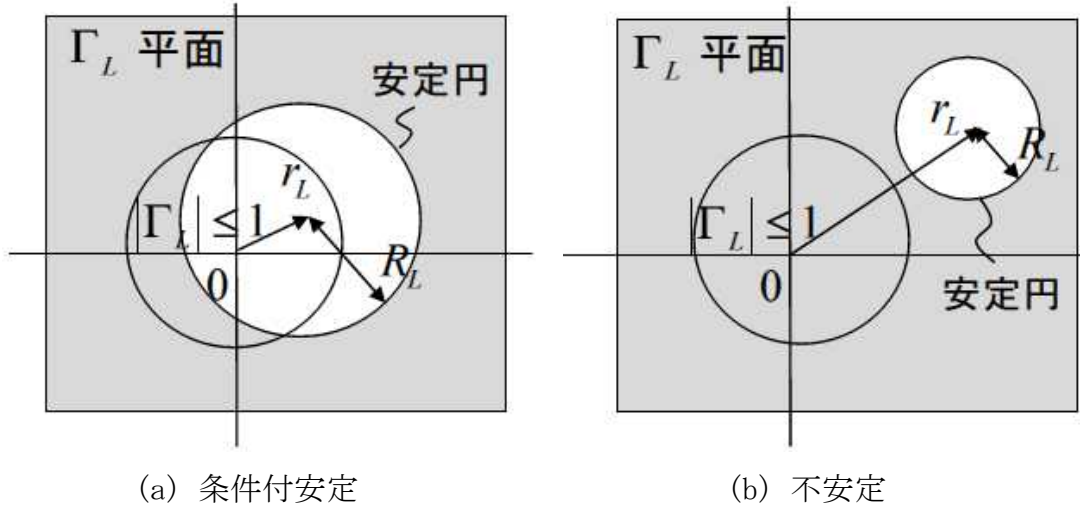


図 2.20 Γ_L 平面上の不安定動作の様子 ($(|S_{22}|^2 - |D|^2) < 0$, $K \leq 1$ の場合)

式(2.53)の場合から、 Γ_L に関する安定/不安定の条件が得られた。図 2.21 にここで得られた結果をまとめて示す。 $(|S_{22}|^2 - |D|^2)$ の正負により、安定領域（安定円の外か内か）が変わる。しかし、 $(|S_{22}|^2 - |D|^2)$ の値の如何に関わらず $K \geq 1$ であれば絶対安定となっている。

式 (2.54) の場合も同様のことが行われる。この場合には Γ_S に関する安定/不安定の条件が得られる。図 2.22 に結果をまとめて示す。この場合は $(|S_{11}|^2 - |D|^2)$ の正負により、安定領域（安定円の外か内か）が変わる。しかし $(|S_{11}|^2 - |D|^2)$ の値の如何に関わらず、 $K \geq 1$ であれば絶対安定となっている。

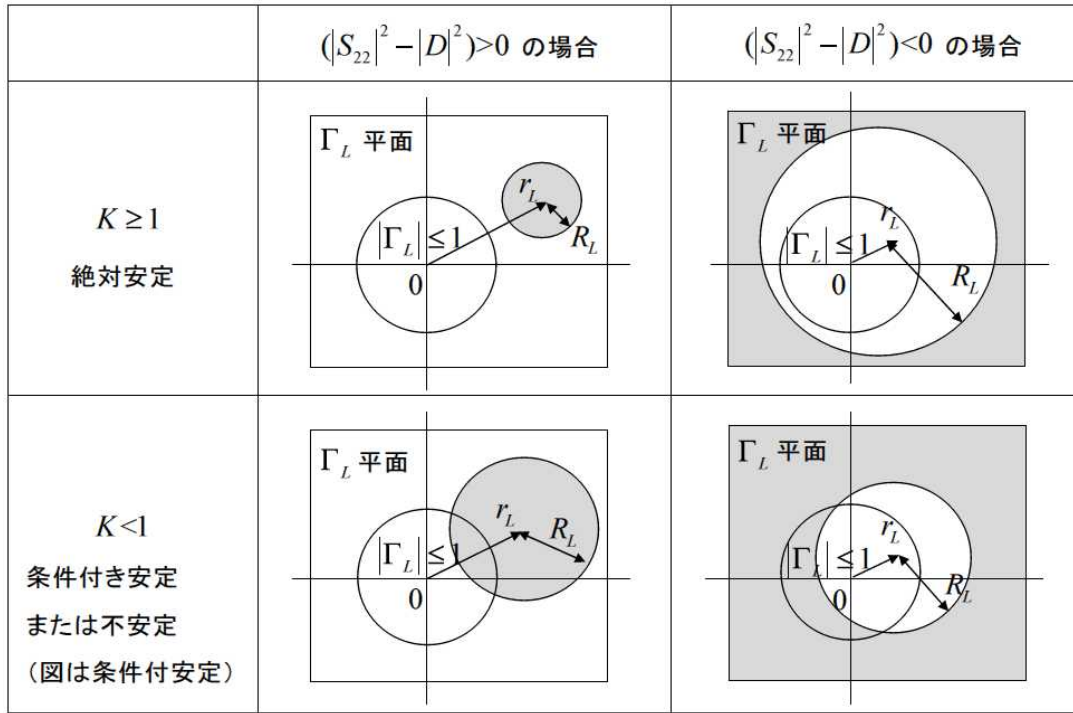


図 2.21 Γ_L に関する安定/不安定動作のまとめ

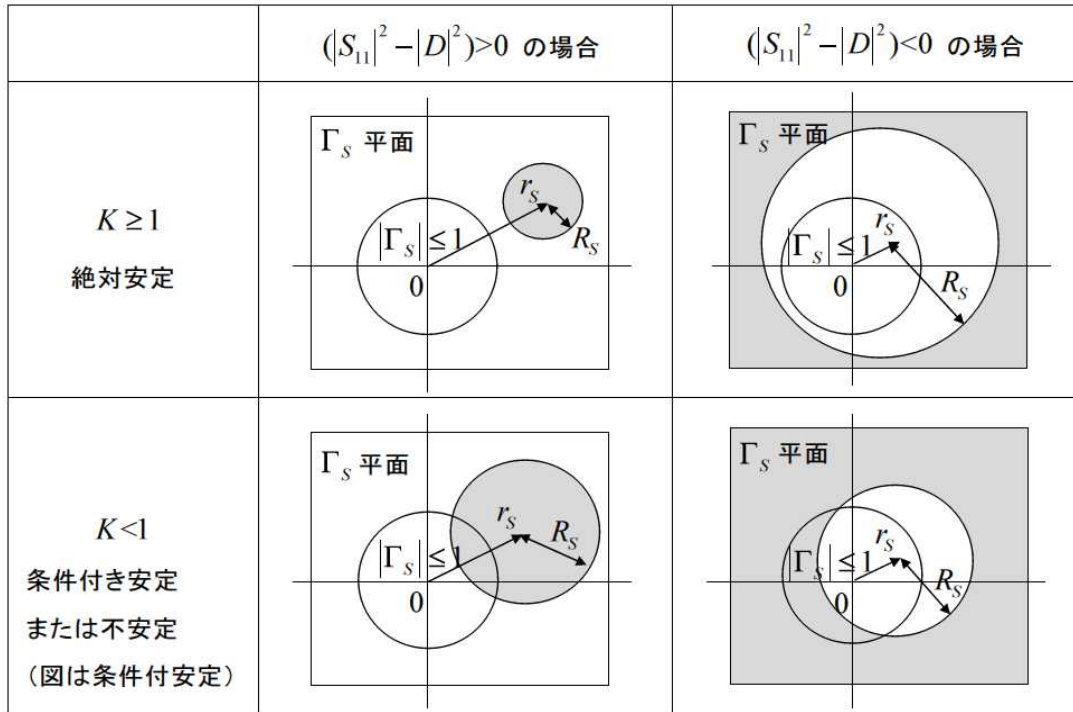


図 2.22 Γ_S に関する安定/不安定動作のまとめ

ここで注意すべきこととして、片側（例えば Γ_L に関して）は絶対安定（ $K \geq 1$ ）であるが、他方（ Γ_S に関して）はそうでない（ $K < 1$ ）ということは起こりえない。

安定係数が $K \geq 1$ であれば、式（2.53），（2.54）の場合によらず、また、 $(|S_{22}|^2 - |D|^2)$ ， $(|S_{11}|^2 - |D|^2)$ の正負によらず回路は絶対安定となっている。

2.6 非線形シミュレーション

FETの小信号RF等価回路モデル（図2.10(b)）では、等価回路素子値は電圧に依存しない一定値であるとして計算される。しかし、大信号動作時には、電流特性や半導体内の回路素子値が時間変動する信号電圧に応じて変化する。このため、大信号動作時にはこれらの影響を考慮したモデルによる計算（非線形シミュレーション）が必要となる。

図2.23に非線形シミュレーションの分類を示す。

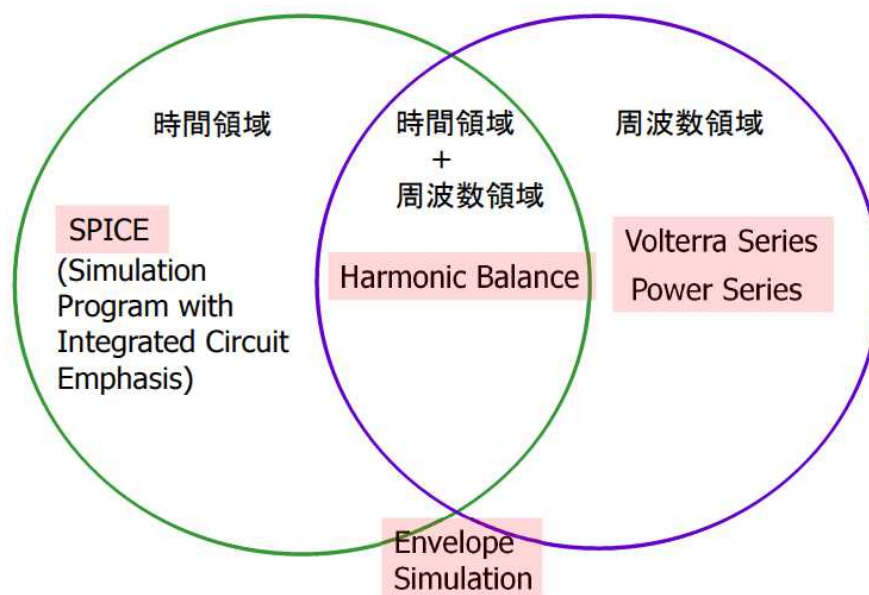


図2.23 非線形シミュレーションの分類

非線形シミュレーションは大きく、(a) 時間領域でのシミュレーション(Time Domain Simulation)，(b) 周波数領域でのシミュレーション(Frequency Domain

Simulation), (c) 時間領域+周波数領域を組み合わせたシミュレーション (Harmonic Balance Simulation)に分類される。以下, これらの概要を述べる。

(a) 時間領域でのシミュレーション(Time Domain Simulation)

代表的な計算ツールとしてSPICE(Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis)がある。これは, 時間領域で信号電圧に応じた電流を求めて解析するもので, 低周波の集積回路設計に広く実用されている。しかしこの計算法の問題として, マイクロ波領域で一般に用いられる分布定数線路(伝送線路)を扱えないことがある(分布定数線路の時間領域での計算が困難)。

(b) 周波数領域でのシミュレーション(Frequency Domain Simulation)

信号電圧に依存する電流や素子特性を電圧のPower Series(メモリ効果なしの場合), またはVolterra Series(メモリ効果ありの場合)で展開し, これを用いて周波数領域での計算を行うものである。しかし, 回路が複雑になると精度良いモデル化が困難であり実用されていない。

(c) 時間領域+周波数領域を組み合わせたシミュレーション(Harmonic Balance Simulation)

非線形部分を時間領域で, 線形部分を周波数領域で計算し, それらをフーリエ変換により関係付けて収束解を求めるもの(ハーモニックバランス法^[7])である。時間領域でのシミュレーションで扱えなかった分布定数線路(伝送線路)の計算も可能であり, 現在のマイクロ波集積回路設計に幅広く実用されている。

なお, 図2.23中に示したが, 上記に分類されない非線形シミュレーション法として, Envelope Simulationがある。これは増幅器の振幅および位相の非線形特性を用いて, 出力の信号および歪みの周波数スペクトルを計算するものである。これについては, 後述の3章, 3.3節で述べる。

特に, ハーモニックバランス法について, 図2.24に計算原理を, また, 以下に計算手順の概要を示す。

- ① 電流スペクトル成分 $i_{ds,k}, i_{dg,k}, i_{gs,k}$ ($k = 0 \sim M$) を仮定
- ② 線形回路シミュレーションにより, $i_{ds,k}, i_{dg,k}, i_{gs,k}$ ($k = 0 \sim M$) から電圧

スペクトル成分 $v_{in,k}, v_{out,k}$ ($k = 0 \sim N$) を計算

③ $v_{in,k}, v_{out,k}$ ($k = 0 \sim N$) を逆フーリエ変換して、電圧の時間波形

$V_{in}(t), V_{out}(t)$ を計算

④ $V_{in}(t), V_{out}(t)$ から電流の時間波形 $I_{ds}(t), I_{dg}(t), I_{gs}(t)$ を計算

⑤ $I_{ds}(t), I_{dg}(t), I_{gs}(t)$ をフーリエ変換して電流スペクトル成分

$I_{ds,k}, I_{dg,k}, I_{gs,k}$ ($k = 0 \sim M$) を計算

⑥ 以下で与えられる誤差 $Erra$ を計算

$$Erra = \sum_{k=1}^M (I_{dsk} - i_{dsk})^2 + \sum_{k=1}^M (I_{dgk} - i_{dgk})^2 + \sum_{k=1}^M (I_{gsk} - i_{gsk})^2$$

⑦ $Erra \rightarrow 0$ となる収束解を求める。高速収束のための工夫がされる。
収束解が実際の動作状態を表わしている

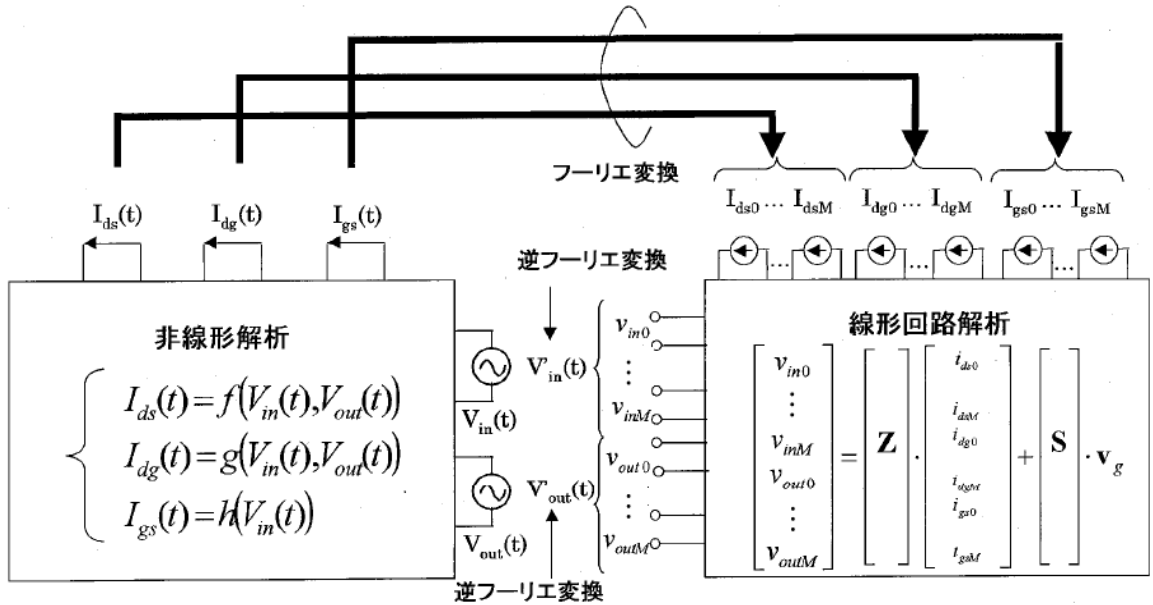


図2.24 ハーモニックバランス法の計算原理

付録 A S パラメータと Z , Y , H パラメータの変換公式

$Z, Y, H \Rightarrow S$	$S \Rightarrow Z, Y, H$
$S_{11} = \frac{-(Z_0 - Z_{11})(Z_0 + Z_{22}) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_0 + Z_{11})(Z_0 + Z_{22}) - Z_{12}Z_{21}}$ $S_{12} = \frac{2Z_{12}Z_0}{(Z_0 + Z_{11})(Z_0 + Z_{22}) - Z_{12}Z_{21}}$ $S_{21} = \frac{2Z_{21}Z_0}{(Z_0 + Z_{11})(Z_0 + Z_{22}) - Z_{12}Z_{21}}$ $S_{22} = \frac{-(Z_0 + Z_{11})(Z_0 - Z_{22}) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_0 + Z_{11})(Z_0 + Z_{22}) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_0} = \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$ $\frac{Z_{12}}{Z_0} = \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$ $\frac{Z_{21}}{Z_0} = \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$ $\frac{Z_{22}}{Z_0} = \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$
$S_{11} = \frac{(Y_0 - Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}}$ $S_{12} = \frac{-2Y_0Y_{12}}{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}}$ $S_{21} = \frac{-2Y_0Y_{21}}{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}}$ $S_{22} = \frac{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 - Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{Y_{11}}{Y_0} = \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$ $\frac{Y_{12}}{Y_0} = \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$ $\frac{Y_{21}}{Y_0} = \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$ $\frac{Y_{22}}{Y_0} = \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$
$S_{11} = \frac{-(Z_0 - H_{11})(Y_0 + H_{22}) + H_{12}H_{21}}{(Z_0 + H_{11})(Y_0 + H_{22}) - H_{12}H_{21}}$ $S_{12} = \frac{2H_{12}}{(Z_0 + H_{11})(Y_0 + H_{22}) - H_{12}H_{21}}$ $S_{21} = \frac{-2H_{21}}{(Z_0 + H_{11})(Y_0 + H_{22}) - H_{12}H_{21}}$ $S_{22} = \frac{(Z_0 + H_{11})(Y_0 - H_{22}) + H_{12}H_{21}}{(Z_0 + H_{11})(Y_0 + H_{22}) - H_{12}H_{21}}$	$\frac{H_{11}}{Z_0} = \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}$ $H_{12} = \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}$ $H_{21} = \frac{-2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}$ $\frac{H_{22}}{Y_0} = \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}$

付録B Γ_{in} , Γ_{out} の導出

図 B. 1 (a) の増幅回路に対するシグナルフローグラフから，以下の連立式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= b_s + \Gamma_s b_1 \\ a_2 &= \Gamma_L b_2 \\ b_1 &= S_{11} a_1 + S_{12} a_2 \\ b_2 &= S_{21} a_1 + S_{22} a_2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{B. 1})$$

式(B. 1)から， b_1 ， b_2 は以下のように表わすことが出来る。

$$b_1 = \left(S_{11} + \frac{S_{21} S_{12} \Gamma_L}{1 - S_{22} \Gamma_L} \right) a_1 = \Gamma_{in} a_1 \quad (\text{B. 2})$$

$$b_2 = \frac{S_{21}}{1 - S_{11} \Gamma_s} b_s + \left(S_{22} + \frac{S_{21} S_{12} \Gamma_s}{1 - S_{11} \Gamma_s} \right) a_2 = b_s' + \Gamma_{out} a_2 \quad (\text{B. 3})$$

ここで，

$$\Gamma_{in} = S_{11} + \frac{S_{21} S_{12} \Gamma_L}{1 - S_{22} \Gamma_L} \quad (\text{B. 4})$$

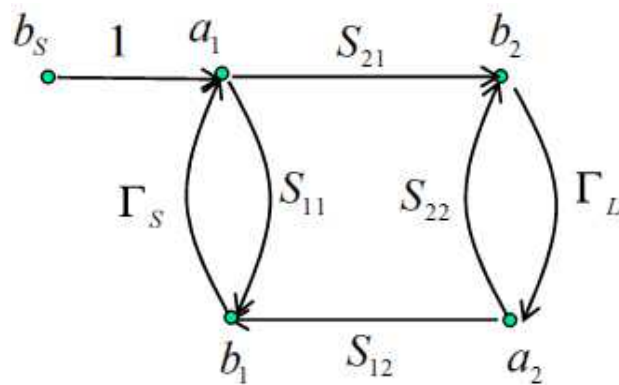
$$\Gamma_{out} = S_{22} + \frac{S_{21} S_{12} \Gamma_s}{1 - S_{11} \Gamma_s} \quad (\text{B. 5})$$

$$b_s' = \frac{S_{21}}{1 - S_{11} \Gamma_s} b_s \quad (\text{B. 6})$$

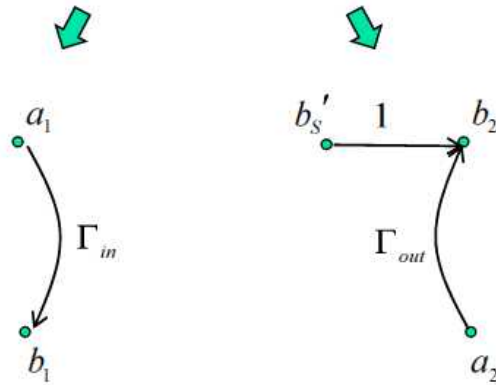
$\Gamma_{in} = \frac{b_1}{a_1}$ は信号源側から FET の入力側を見込む反射係数であり, $\Gamma_{out} = \frac{b_2}{a_2}$ は,

$b'_s = 0$ ($b_s = 0$) の時, 負荷側から FET の出力側を見込む反射係数である。

図 B. 1 (b), (c) に式 (B. 2), (B. 3) に対応したシグナルフローグラフを示す。



(a) 式 (B. 1) に対応 (増幅回路)



(b) 式 (B. 2) に対応 (Γ_{in}) (c) 式 (B. 3) に対応 (Γ_{out} , b'_s)

図 B. 1 増幅回路に対するシグナルフローグラフ