

4 低雑音増幅器

4.1 雑音の発生源と性質

雑音は、電磁波や電子のランダムな動きにより発生するといえる。雑音の発生源は、外部からのもの^{注*1}と回路内部で発生するものがあるが、ここで問題にする雑音は後者の回路内部で発生するものである。以下にその種類と性質を示す。

注*1 外部からのものとして、サージや他システムからの電波漏洩等の人工的なものと、自然界における宇宙線（宇宙背景放射，太陽放射，等）や大気（水蒸気や酸素によるランダムな電波吸収過程）によるもの等がある。

(a) 熱雑音 (thermal noise)

熱雑音は、熱振動により周期性が乱れる結晶格子にキャリア粒子（電子，正孔）が衝突しながら動くランダム運動により生じる。温度が高い，すなわち，格子の熱振動が激しいほどキャリア粒子の格子との衝突頻度も増大し，雑音が大きくなる（熱雑音と呼ばれるゆえん）。

熱雑音はジョンソンにより実験的に，ナイキストにより理論的に研究された。ナイキストの理論によれば，熱平衡状態にある抵抗 R から発生する熱雑音電力（有能熱雑音電力） $p_{N,av}$ は R の値に依存せず以下のように与えられる^[2]。

$$p_{N,av} = k_B T \Delta f \quad (4.1)$$

k_B ; ボルツマン定数, T ; 絶対温度, Δf ; 測定する周波数帯域幅

熱雑音は，瞬時的に見た時，全くランダムな振幅，位相を持った信号の集まりになっているが，時間平均した電力スペクトル密度は（テラヘルツのオーダーまで）周波数に依存せず，かつ，温度で決まる一定の値 $k_B T$ となっている。電力スペクトル密度が周波数依存特性を持たない（色が無い）ことから白色雑音（ホワイトノイズ）とも呼ばれる。

抵抗による熱雑音は図 4.1 に示すように、雑音の無い抵抗 R に (a) 雑音電圧源 v_N を直列に接続した回路、または、(b) 雑音電流源 i_N を並列に接続した回路で表わされる。雑音電圧、電流の平均値は 0 となるので、2 乗平均値でその統計的な性質が議論される。ここで、 v_N 、 i_N は有能電力の定義から以下で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \overline{|v_N|^2} &= 4k_B T R \Delta f \\ \overline{|i_N|^2} &= 4k_B T \frac{1}{R} \Delta f \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

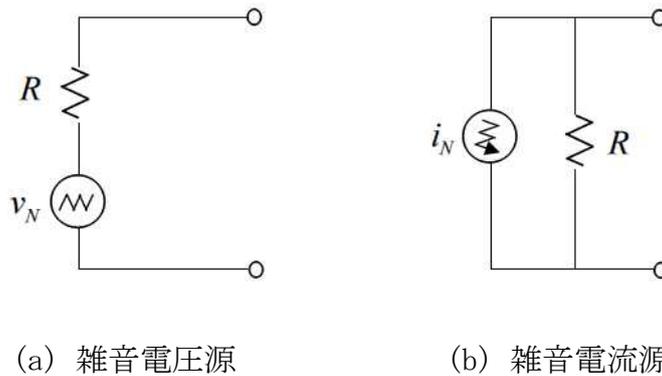


図 4.1 抵抗 R による熱雑音を表わす等価回路

(b) 1/f 雑音 (1/f noise) (別名フリッカ雑音 (flicker noise))

雑音電力スペクトル密度が $1/f$ に比例することから $1/f$ 雑音と呼ばれる。発生源の一つとして、半導体表面のダングリングボンドに荷電粒子が不規則にトラップされたり放出されたりすることによるものと考えられる。FET にくらべてバイポーラトランジスタ (BJT) は不安定な結晶表面が小さいので $1/f$ 雑音も小さくなると言われる。FET においても半導体表面処理の進歩により改善されてきている。

$1/f$ 雑音は発振器の位相雑音特性に直接影響するものである。また、IF や BB 帯に周波数変換した時の低周波雑音性能として問題になる。ただし、RF 増幅器の場合には、 $1/f$ 雑音特性は問題とならない。

(c) 散弾雑音 (shot noise)

PN 接合やショットキバリア接合のポテンシャル山を越えてキャリア粒子が流れる際、厳密にはキャリア一粒ずつが動いていくので、電流の揺らぎが生じ、それが雑音となる。散弾雑音は主にバイポーラトランジスタおよびダイオードに生じる雑音である。

(d) 分配雑音 (partition noise)

バイポーラトランジスタのエミッタからベースに注入された少数キャリアはそこでコレクタ電流となるものとベース電流になるものに分かれる。大部分はコレクタ電流となり、一部がベース電流になるが、キャリア粒子一粒ずつがどちらかに分かれる (分配される) 動きにより電流に揺らぎが生じ、それが雑音となる。分配雑音は主にバイポーラトランジスタに生じる雑音である。

(e) FET の雑音

増幅器に用いる FET を考える時、雑音発生は主に熱雑音により生じるといえる。すなわち、FET のチャネルをキャリア粒子が熱振動する結晶格子に衝突しながら流れることによりチャネル電流の擾乱が生じ、これがドレイン雑音電流 i_{nd} となる。この過程は抵抗における熱雑音の発生過程と同じである。

チャネルを流れる電流が揺らぐと、チャネル幅が変化する。その結果、空乏層幅が変化し、そこに含まれる電荷量に変化する。これにより、雑音電流 i_{ng} が流れる。すなわち、ドレイン側の雑音電流 i_{nd} によりゲート側に雑音電流 i_{ng} が誘起される。

FET の増幅効果により、ゲート雑音電流 i_{ng} が増幅され、これがドレイン雑音電流 i_{nd} に加わる。これから、ドレイン雑音電流 i_{nd} とゲート雑音電流 i_{ng} は互いに密接に関係しており、相関を持つといえる。

FET 内ではそれ以外に寄生抵抗が存在し、その部分で熱雑音が発生している。これらの雑音を含む FET の RF 等価回路を図 4.2 に示す。

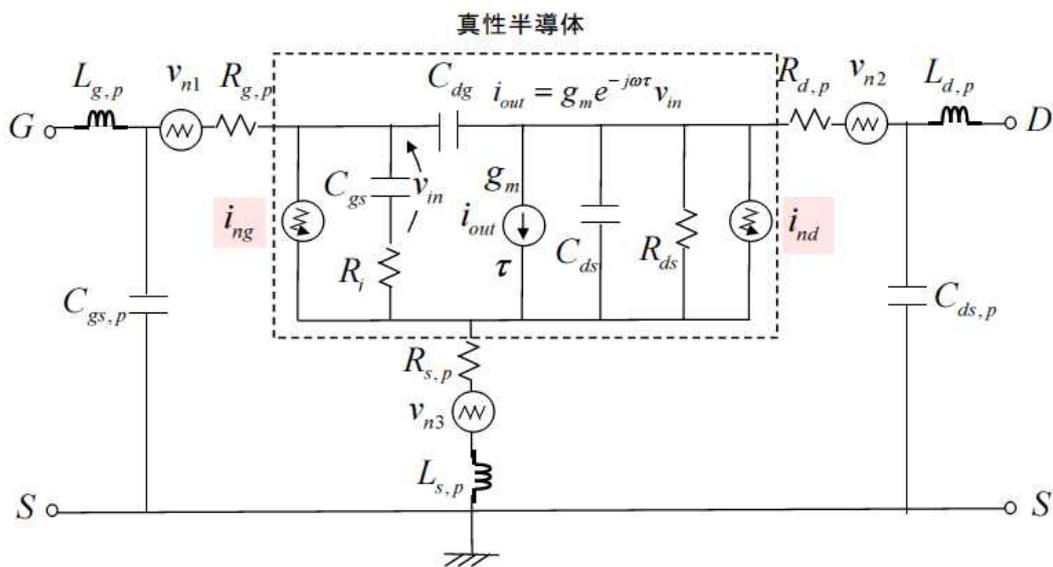


図 4.2 雑音を含む FET の RF 等価回路

4.2 雑音指数 (F), 雑音温度 (T_e)

図4.3に雑音を含む系の信号と雑音の様子を示す。入力の信号電力と雑音電力の比を S_{in}/N_{in} , 出力のそれを S_{out}/N_{out} , 回路の有能電力利得を g とすると, 雑音指数 F が入出力 S/N 比のさらに比として次式で定義される。

$$F = \frac{S_{in}/N_{in}}{S_{out}/N_{out}} = \frac{N_{out}}{N_{in}g} \quad (4.3)$$

上式 (4.3) の後半式は, 雑音指数 F が内部で雑音が発生する回路の出力雑音電力 N_{out} と内部で雑音が発生しない (理想) 回路の出力雑音電力 $N_{in}g$ の比で与えられることを示している。ここで, 回路内部で発生する雑音が, 入力からの雑音電力 N_a (入力換算雑音電力と呼ぶ) を増幅した結果得られると考えると, F と N_a に以下の関係が成り立つ。

$$F = \frac{N_{out}}{N_{in}g} = \frac{(N_{in} + N_a)g}{N_{in}g} = 1 + \frac{N_a}{N_{in}} \quad (4.4)$$

$$\rightarrow N_a = N_{in}(F - 1)$$

ここで、小文字 g は利得の真値， F は雑音指数の真値を表わす。なお大文字 $G(=10\log(g))$ ，および $NF(=10\log(F))$ でデシベル値を表わす。

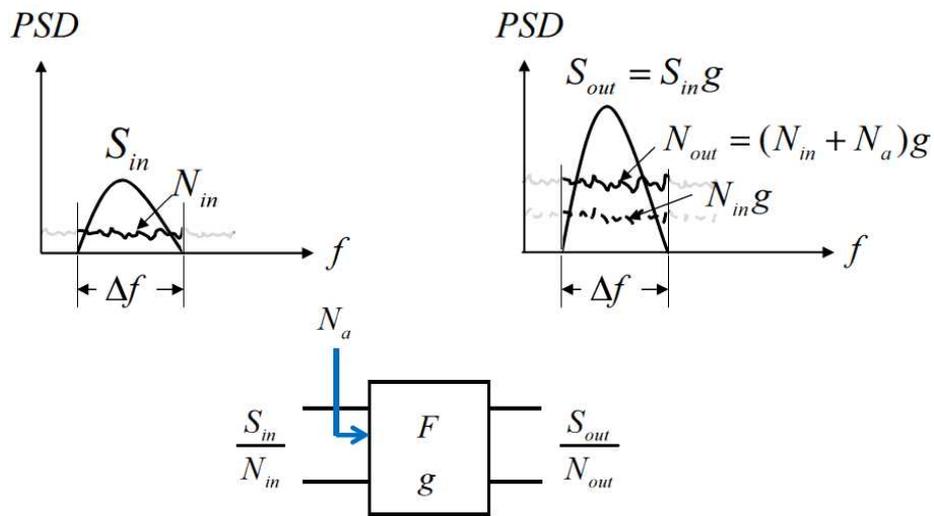


図4.3 雑音を含む系の信号と雑音の様子

ナイキストの定理より，入力源からの雑音電力 N_{in} は次式で与えられる。

$$N_{in} = k_B T \Delta f \quad (4.5)$$

ここで，上式 (4.5) にならって入力換算雑音電力 N_a を次式で表わす。

$$N_a = k_B T_e \Delta f \quad (4.6)$$

ここで、 T_e は回路の等価雑音温度と呼ばれる。

式 (4.4) に式(4.5), (4.6)を代入することにより、雑音指数は次式のように雑音温度の関数で表わせる。

$$F = 1 + \frac{T_e}{T} \quad \rightarrow \quad T_e = T(F - 1) \quad (4.7)$$

式 (4.7) において、 T を決めると F と T_e が一義的に対応することになる。雑音温度を考える場合、通常、 $T = 290K$ ($17^\circ C$) とされる。

4.3 縦続接続回路の雑音特性

図4.4に示す K 段に縦続接続された回路の雑音特性を考える。

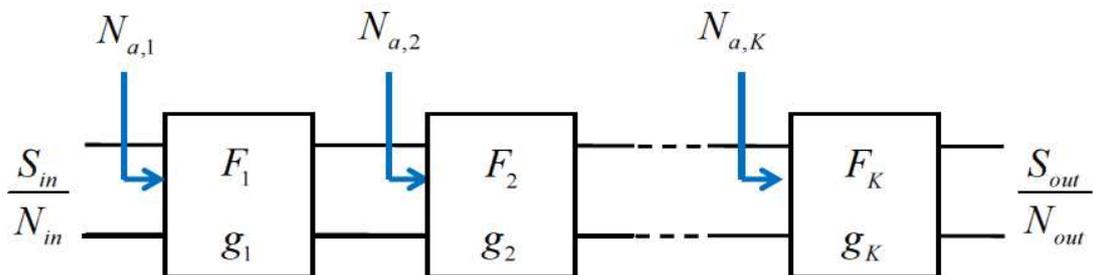


図4.4 縦続接続回路の雑音指数，雑音温度

図の i 番目回路の雑音指数は F_i ，利得は g_i ，入力換算雑音電力は $N_{a,i}$ とする。

ここで、 $N_{a,i}$ は式(4.4)から次式で与えられる。

$$N_{a,i} = N_{in}(F_i - 1) \quad (i = 1 \sim K) \quad (4.8)$$

この時、出力に現われる全雑音電力 N_{out} は次式で与えられる。

$$N_{out} = N_{in}g_1g_2 \cdots g_K + N_{a,1}g_1g_2 \cdots g_K + N_{a,2}g_2 \cdots g_K + \cdots + N_{a,K}g_K \quad (4.9)$$

一方、内部で雑音が発生しない場合の出力雑音電力は $N_{in}g_1g_2 \cdots g_K$ となる。

式(4.3)と(4.9)を用いると、総合の雑音指数 $F_{1\sim K}$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} F_{1\sim K} &= \frac{N_{out}}{N_{in}g_1g_2 \cdots g_K} \\ &= 1 + \frac{N_{a,1}}{N_{in}} + \frac{N_{a,2}}{N_{in}} \frac{1}{g_1} + \cdots + \frac{N_{a,K}}{N_{in}} \frac{1}{g_1g_2 \cdots g_{K-1}} \end{aligned} \quad (4.10)$$

さらに、 $N_{a,i}$ に式 (4.8) を用いると $F_{1\sim K}$ は次式で与えられる。

$$F_{1\sim K} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{g_1} + \cdots + \frac{F_K - 1}{g_1g_2 \cdots g_{K-1}} \quad (4.11)$$

後段になるほど雑音性能（雑音指数）の寄与が小さくなる。逆に、低雑音性能を得るためには前段の雑音性能が重要になるといえる。

次に総合の等価雑音温度 $T_{e,1\sim K}$ を求める。式(4.7)から、各段に次式が成り立つ。

$$F_i = 1 + \frac{T_{e,i}}{T} \quad (i = 1 \sim K) \quad (4.12)$$

式 (4.11) に式 (4.12) を代入することで、 $F_{1\sim K}$ は次式で表わせる。

$$F_{1\sim K} = 1 + \frac{T_{e,1}}{T} + \frac{T_{e,2}}{Tg_1} + \cdots + \frac{T_{e,K}}{Tg_1g_2 \cdots g_{K-1}} \quad (4.13)$$

式(4.7)にならって、以下のように縦続接続回路の総合の等価雑音温度 $T_{e,1\sim K}$ を導入すると

$$F_{1\sim K} = 1 + \frac{T_{e,1\sim K}}{T} \quad (4.14)$$

式(4.13)と(4.14)の比較から、雑音温度のみによる次式の関係が得られる。

$$T_{e,1\sim K} = T_{e,1} + \frac{T_{e,2}}{g_1} + \dots + \frac{T_{e,K}}{g_1 g_2 \dots g_{K-1}} \quad (4.15)$$

縦続接続回路のなかには損失回路が含まれる場合がある。ここで、図4.5を用いて損失回路の雑音指数を考える。

損失回路の電力利得は L ($0 \leq L \leq 1$ の真値) であるとする。ナイキストの定理から、入力源からの雑音電力は抵抗値 R_S によらず $N_{in} = k_B T \Delta f$ となる。次に、入力源と損失回路を含む系全体を考える。系の出力側を見込む抵抗値の如何によらず、出力側に取り出される雑音電力は $N_{out} = k_B T \Delta f$ であり、入力側からの雑音電力 $N_{in} = k_B T \Delta f$ と等しい。

雑音指数を与える定義式(4.3)において、利得 g を L に置き換えることにより、雑音指数 F は以下のように与えられる。

$$F = \frac{N_{out}}{N_{in} L} = \frac{1}{L} \quad (4.16)$$

デシベル表示で表わすと、損失 $L [dB]$ の回路の雑音指数は $NF = L [dB]$ である。

ちなみに、入力換算雑音電力 N_a および等価雑音温度 T_e は以下となる。

$$N_a = N_{in} \left(\frac{1}{L} - 1 \right) = k_B T \Delta f \left(\frac{1}{L} - 1 \right) \quad (4.17)$$

$$T_e = T \left(\frac{1}{L} - 1 \right) \quad (4.18)$$

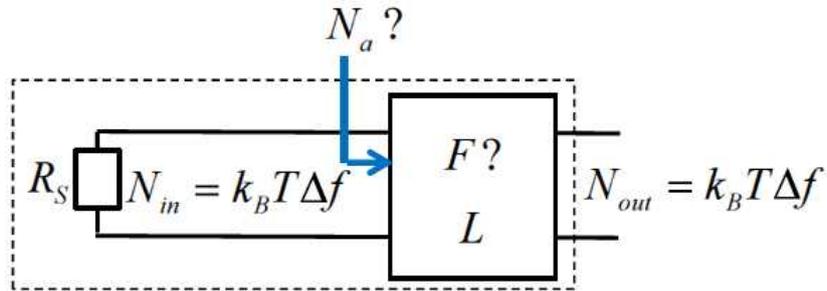


図4.5 損失回路の雑音指数

4.4 雑音測定

雑音指数を測定する方法に Y ファクタ法がある。図 4.6 に Y ファクタ法による測定原理を示す。

雑音発生器の温度が T_h の時、式(4.4)～(4.6)から出力雑音電力 $N_{out,h}$ は次式で与えられる。

$$N_{out,h} = (N_{in,h} + N_a)g = k_B (T_h + T_e) \Delta f g \quad (4.19)$$

一方、雑音発生器の温度が T_c の時、出力雑音電力 $N_{out,c}$ は次式で与えられる。

$$N_{out,c} = (N_{in,c} + N_a)g = k_B (T_c + T_e) \Delta f g \quad (4.20)$$

ここで、出力雑音電力の比を Y とすると次式が成り立つ。

$$Y = \frac{N_{out,h}}{N_{out,c}} = \frac{T_h + T_e}{T_c + T_e} \quad (4.21)$$

Y が測定されると、等価雑音温度 T_e は次式で与えられる。

$$T_e = \frac{T_h - YT_c}{Y - 1} \quad (4.22)$$

式 (4.7) から、雑音指数 F は次式で与えられる。

$$F = 1 + \frac{T_h - YT_c}{T(Y - 1)} \quad (4.23)$$

T ; 回路のおかれた環境温度 (絶対温度)

以上までが、 Y ファクタ法の基本原理となる。

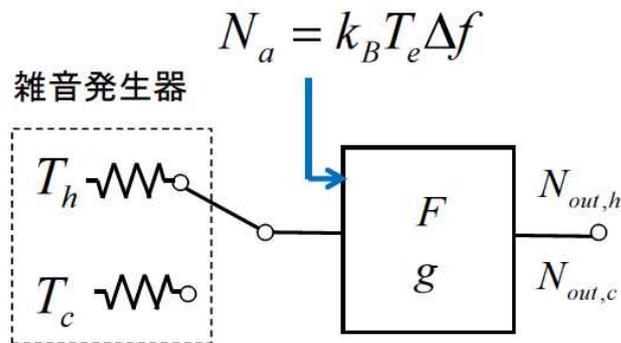


図4.6 雑音指数測定原理 (Yファクタ法)

実際にマイクロ波帯で雑音指数を測定する際には雑音発生器としてノイズダイオードが用いられる。この場合には、電氣的に T_h と T_c 状態を作って Y を測定し、 T_e あるいは F を求めることになる。その際、 $T_c = T$ とすると式 (4.23) は

次式となる。

$$F = \frac{T_h - T}{T(Y-1)} = \frac{ENR}{(Y-1)} \quad (4.24)$$

ここで, $ENR = \frac{T_h}{T} - 1$ (4.25)

ENR (Excess Noise Ratio) の値は使用される雑音発生器ごとに与えられている。図4.7に雑音指数測定回路を示す。

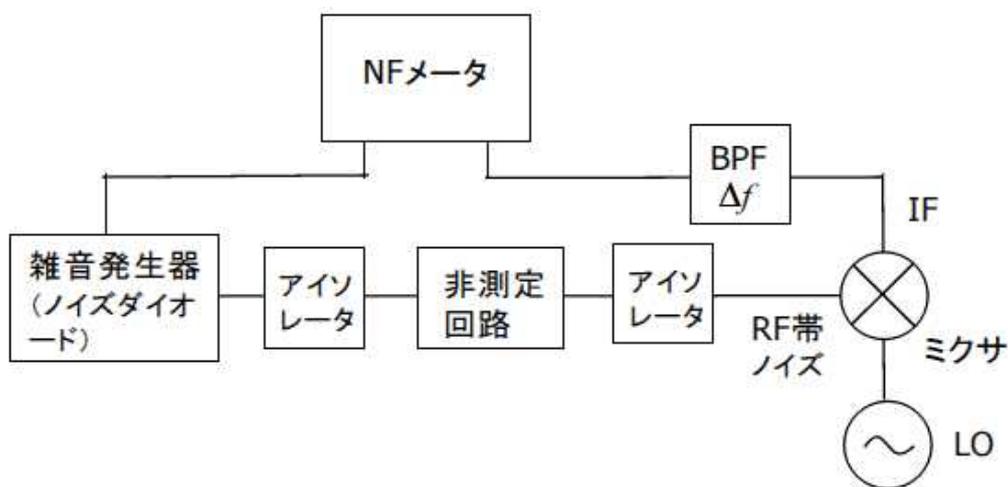


図4.7 雑音指数測定回路

4.5 2端子対回路の雑音指数の一般的表現

任意の雑音源を含む2端子対回路(例えば図4.2に示した雑音源を含むFET)は、雑音源を含まない2端子対回路と外部に付加された雑音電圧源 v_N と雑音電流源 i_N とでなる回路を用いて表わすことができる^[3]。この様子を図4.8に示す。

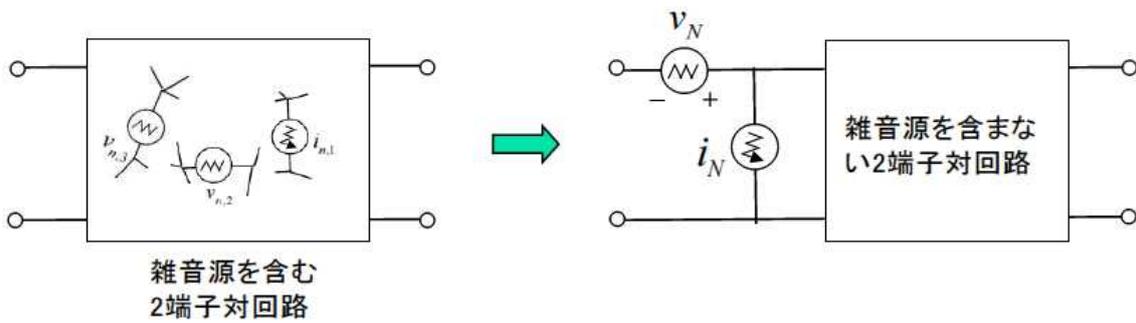


図 4.8 雑音源を含む 2 端子対回路

図4.9に示す回路モデルを用いて2端子対回路の雑音指数の一般表現式を求める。入力側には信号源負荷 $Z_S (= R_S + jX_S)$ が接続され、これに伴う熱雑音電圧源 $v_{N,S}$ が生じている。

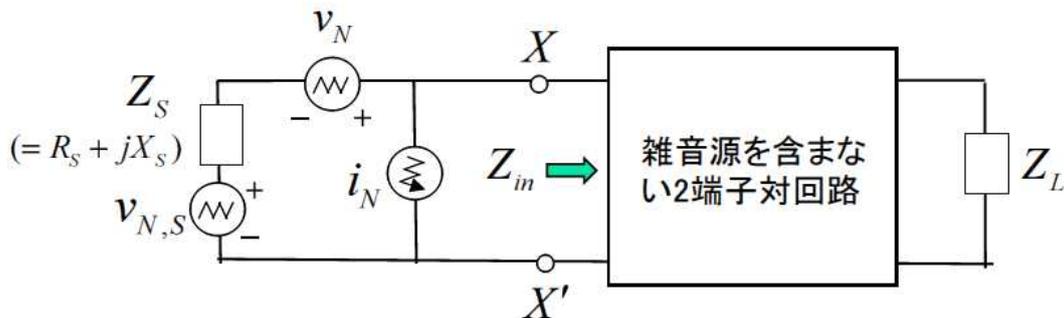


図 4.9 雑音指数を解析する回路構成

雑音電圧，電流は2乗平均値でその統計的な性質が議論されるが，解析途中においては通常の複素電圧，電流として扱い，最終的に2乗平均することになる。その際に，雑音源の相関を考慮する必要がある。2端子対回路内の雑音源どおしの相関の有無にかかわらず， v_N ， i_N には相関がある。

相関係数 C_r は定義より以下で与えられる。ここで C_r は $|C_r| \leq 1$ となる複素数である。

$$\begin{aligned}
C_r &= \frac{\int_T v_N(t)^* i_N(t) dt}{\sqrt{\int_T |v_N(t)|^2 dt} \sqrt{\int_T |i_N(t)|^2 dt}} \\
&= \frac{\frac{1}{T} \int_T v_N(t)^* i_N(t) dt}{\sqrt{\frac{1}{T} \int_T |v_N(t)|^2 dt} \sqrt{\frac{1}{T} \int_T |i_N(t)|^2 dt}} = \frac{\overline{v_N^* i_N}}{\sqrt{\overline{|v_N|^2}} \sqrt{\overline{|i_N|^2}}} \quad (4.26)
\end{aligned}$$

図4.9の回路における入力端 $X - X'$ の雑音電圧を考える。入力端以後には雑音発生が無いので、雑音指数 F は $X - X'$ 以後の回路の影響を受けない、すなわち、入力インピーダンス Z_{in} の値に依存しない。これから、 $Z_{in} = \infty$ (開放)

とすると、入力端 $X - X'$ での雑音電圧は、 $V_{NT} = v_{N,S} + v_N - Z_S i_N$ となる。一

方、雑音が信号源負荷からの $v_{N,S}$ のみ ($v_N = i_N = 0$) の場合には、 $V_{NT,0} = v_{N,S}$

となる。この時、雑音指数 F は以下で与えられる。

$$F = \frac{\overline{|V_{NT}|^2}}{\overline{|V_{NT,0}|^2}} = \frac{\overline{|v_{N,S} + v_N - Z_S i_N|^2}}{\overline{|v_{N,S}|^2}} = 1 + \frac{\overline{|v_N|^2} + |Z_S|^2 \overline{|i_N|^2} - Z_S \overline{v_N^* i_N} - Z_S^* \overline{v_N i_N^*}}{\overline{|v_{N,S}|^2}} \quad (4.27)$$

v_N , i_N に対する相関係数 C_r を用いると上式 (4.27) は次式となる。

$$F = 1 + \frac{\overline{|v_N|^2} + |Z_S|^2 \overline{|i_N|^2} - Z_S C_r \sqrt{\overline{|v_N|^2}} \sqrt{\overline{|i_N|^2}} - Z_S^* C_r^* \sqrt{\overline{|v_N|^2}} \sqrt{\overline{|i_N|^2}}}{\overline{|v_{N,S}|^2}} \quad (4.28)$$

ここで、 v_N , i_N と以下の関係にある等価雑音抵抗 r_N , 等価雑音コンダクタン

ス g_N を導入する。

$$\overline{|v_N|^2} = 4k_B T r_N \Delta f \quad (4.29)$$

$$\overline{|i_N|^2} = 4k_B T g_N \Delta f \quad (4.30)$$

また、相関係数 C_r は複素数であるので、これを以下で与える。

$$C_r = a + jb \quad (a, b \text{ は実数}) \quad (4.31)$$

さらに、 $Z_S = R_S + jX_S$, $\overline{|v_{N,S}|^2} = 4k_B T R_S \Delta f$ とする。

式 (4.28) にこれらを代入して式整理することにより雑音指数 F は以下で表わせる。

$$F = 1 + \frac{R_S^2 g_N - 2aR_S \sqrt{r_N g_N} + r_N}{R_S} + \frac{X_S^2 g_N + 2bX_S \sqrt{r_N g_N}}{R_S} \quad (4.32)$$

雑音指数 F の最小値 F_{\min} は、 R_S , X_S が $\frac{\partial F}{\partial R_S} = 0$, $\frac{\partial F}{\partial X_S} = 0$ を満たす値、

$R_S = R_{opt}$, $X_S = X_{opt}$ の時に得られる。まず、 $\frac{\partial F}{\partial X_S} = 0$ から X_{opt} が以下のよ

うに求まる。

$$\frac{\partial F}{\partial X_S} = 2X_S \frac{g_N}{R_S} + \frac{2b}{R_S} \sqrt{r_N g_N} = 0 \quad \rightarrow \quad X_{opt} = -b \sqrt{\frac{r_N}{g_N}} \quad (4.33)$$

次に、 $X_S = X_{opt}$ とした上で $\frac{\partial F}{\partial R_S} = 0$ を計算することで、 R_{opt} が以下のように求まる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial R_S} &= g_N - \frac{1}{R_S^2} \left(r_N + X_{opt}^2 g_N + 2bX_{opt} \sqrt{r_N g_N} \right) = 0 \\ \rightarrow R_{opt} &= \sqrt{\frac{r_N}{g_N} + X_{opt}^2 + 2bX_{opt} \sqrt{\frac{r_N}{g_N}}} = \sqrt{\frac{r_N}{g_N}} \sqrt{1-b^2} \end{aligned} \quad (4.34)$$

得られた R_{opt} 、 X_{opt} を式(4.32)に代入し、式整理することにより F_{min} は以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} F_{min} &= 1 + \frac{R_{opt}^2 g_N - 2aR_{opt} \sqrt{r_N g_N} + r_N}{R_{opt}} + \frac{X_{opt}^2 g_N + 2bX_{opt} \sqrt{r_N g_N}}{R_{opt}} \\ &= 1 + 2\sqrt{r_N g_N} \sqrt{1-b^2} - 2a\sqrt{r_N g_N} \end{aligned} \quad (4.35)$$

さらに、式(4.32)は、 F_{min} 、 $Z_{opt} = R_{opt} + jX_{opt}$ を用いて、次式のように表わすことが出来る（付録D）。

$$F = F_{min} + \frac{g_N}{R_S} |Z_S - Z_{opt}|^2 \quad (4.36)$$

ここで、

$$F_{min} = 1 + 2\sqrt{r_N g_N (1-b^2)} - 2a\sqrt{r_N g_N} \quad (4.37)$$

((4.35)と同じ)

$$Z_{opt} = R_{opt} + jX_{opt} = \sqrt{\frac{r_N}{g_N}}(\sqrt{1-b^2} - jb) \quad (4.38)$$

((4.33), (4.34)と同じ)

式(4.36)から, $Z_S = Z_{opt}$ の時に雑音指数は $F = F_{min}$ となり最小になる。 Z_{opt} は最適雑音インピーダンスと呼ばれる。また, $F_{min}, Z_{opt}(= R_{opt} + jX_{opt}), g_N$ は雑音パラメータと呼ばれる。これらは, 一般にはソースプルにより雑音特性を測定することにより求められる。逆に, 雑音パラメータ F_{min}, Z_{opt}, g_N が決まると C_r, r_N は次式から求めることができる。

$$C_r = a + jb = \frac{1}{|Z_{opt}|} \left(\frac{1 - F_{min}}{2g_N} + Z_{opt}^* \right) \quad (4.39)$$

$$r_N = g_N |Z_{opt}|^2 \quad (4.40)$$

図 4.10 に nMOSFET の場合の雑音整合とインピーダンス整合の (シミュレーション) 例を示す。

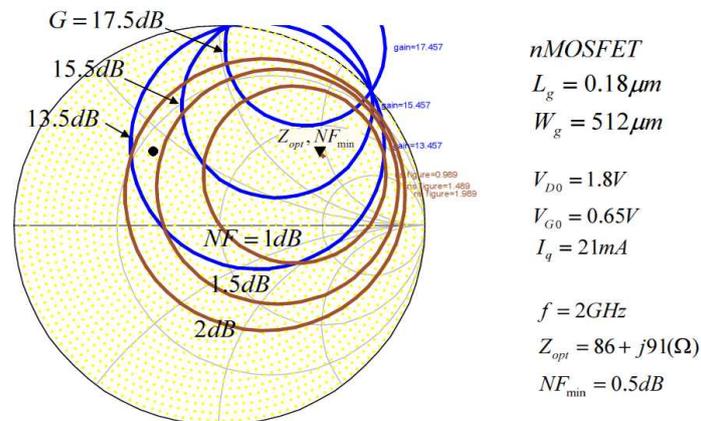


図 4.10 nMOSFET の雑音整合とインピーダンス整合例 (シミュレーション)

低雑音増幅器の設計では、 $Z_S = Z_{opt}$ となるように入力整合回路を設計する（雑音整合）。一般には雑音整合と利得に対するインピーダンス整合は異なる。

例題

図 4.10 によれば、以下の特性となっている。この時の g_N , r_N , C_r を求めよ。

$$F_{\min} = 1.12 \quad (NF_{\min} = 0.5dB)$$

$$Z_{opt} = R_{opt} + jX_{opt} = 86 + j91(\Omega)$$

$$Z_S = R_S = 50(\Omega) \text{ の点で, } F = 1.26 \quad (NF = 1.0dB)$$

(回答)

$$\text{式(4.36)において, } F_{\min} = 1.12, Z_{opt} = 86 + j91(\Omega), Z_S = R_S = 50(\Omega),$$

$F = 1.26$ を代入することにより, $g_N = 0.73(mS)$ が求まる。

次に、式(4.40)において、 $Z_{opt} = 86 + j91(\Omega)$, $g_N = 0.73(mS)$ を代入することにより、 $r_N = 11.4(\Omega)$ が求まる。

さらに、式(4.39)において、 $F_{\min} = 1.12$, $Z_{opt} = 86 + j91(\Omega)$, $g_N = 0.73(mS)$ を代入することにより、 $C_r = 0.0304 - j0.727 = 0.728e^{-j87.6^\circ}$ が求まる。

4.6 雑音・インピーダンス同時整合増幅器

前節にあるように、雑音整合とインピーダンス整合は一般には異なる。このため入力側を雑音整合にすると反射特性が劣化する問題がある。この問題を解決する方法として、FET のソースにインダクタを装荷する直列負帰還回路構成がある。

図 4.11 にソースインダクタ装荷による直列負帰還回路の構成モデルを示す。初めに図の A 部の FET の雑音パラメータおよび S パラメータを測定により求め、次に、ソースインダクタ L_S を装荷した図の B 部の雑音パラメータおよび S パラメータを計算により求める。

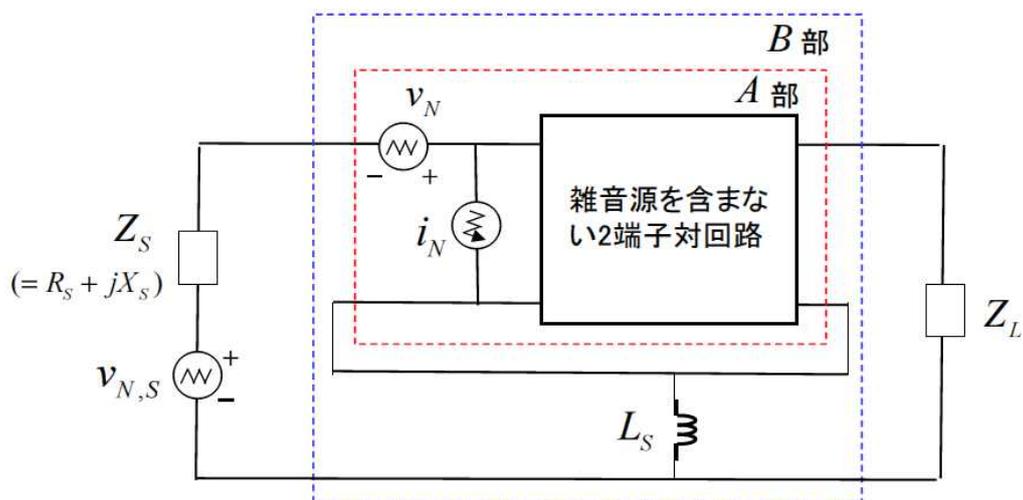


図 4.11 FET のソースにインダクタを装荷した回路構成モデル

図 4.12 に GaAs MESFET ($L_g = 0.5\mu m$, $W_g = 300\mu m$) について L_S を変化させた場合の、 $f = 10GHz$ における Z_{opt} と S_{11}^* を示す。 $L_S \approx 0.4nH$ の時に Z_{opt} と S_{11}^* が最も接近する特性となっている^{注*2}。

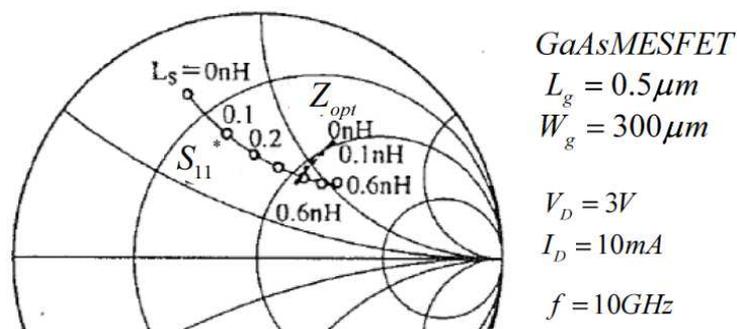


図 4.12 L_S を変化させた場合の Z_{opt} と S_{11}^*

注*2 Z_{opt} と S_{11}^* を完全に一致させるには、出力負荷インピーダンス Z_L も変化させる必要があるが、 Z_{opt} と S_{11}^* はある程度近接させることが出来れば十分なので、一般には Z_L までは考慮しなくて十分と考えられる。

図 4.13 に試作したソースインダクタ装荷 GaAs 2 段 FET 増幅器 MMIC (モノリシックマイクロ波集積回路) [4] のチップ写真を、また、図 4.14 に増幅器の測定結果を示す。X 帯で比帯域 20% において $NF = 2.7dB$ 以下、入力 $VSWR = 1.6$ 以下が得られている ($VSWR = (1 + |\Gamma|) / (1 - |\Gamma|)$, Γ は反射係数)。

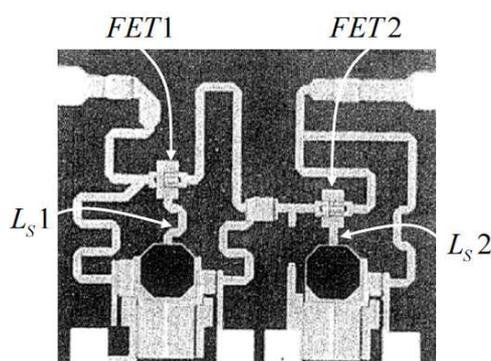


図 4.13 ソースインダクタ装荷 GaAs 2 段 FET 増幅器 MMIC チップ写真

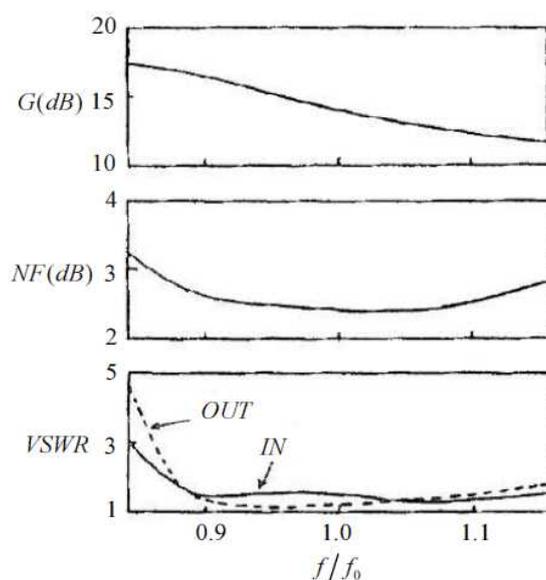


図 4.14 増幅器の $VSWR$, NF , G 測定結果

4.7 受信増幅器の IIP3

受信用低雑音増幅器 (*LNA*) やダウンミキサ (*MIX*) では、デバイスの非線形歪みによる歪み電圧、電流があると、雑音と同じように信号の S/N 比を劣化させる。このため、*LNA* や *MIX* は歪みが十分小さい線形領域で動作させる必要がある。

LNA や *MIX* の歪み特性に対する評価パラメータとして *IIP3* (Input 3rd Intercept Point) が用いられる。図4.15に *IIP3* の定義を示す。2波の近接する CW 信号を入力することにより得られる出力信号電力と3次相互変調歪み (*IM3*) 電力の特性を延長させ、両者が交差する出力電力を *OIP3* (Output 3rd Intercept Point) と呼び、それに対応する入力電力を *IIP3* と呼ぶ。

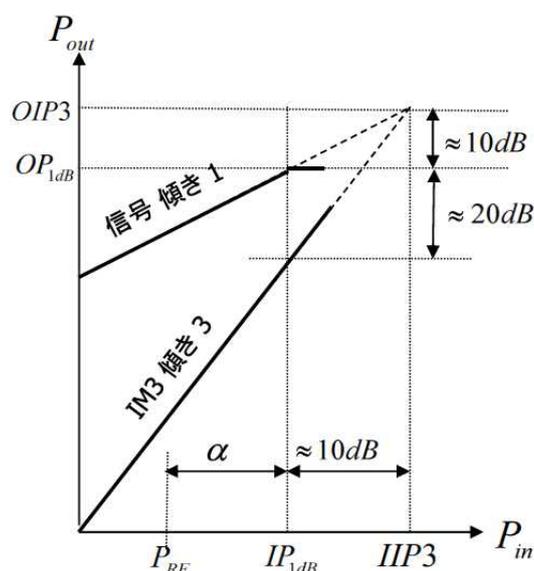


図4.15 *IIP3* の定義

デシベル表示した時、入力信号電力の増大に対して、出力信号電力は傾き1で増大して行くのに対して、*IM3* 電力は傾き3で増大していく。また、一般に、出力信号の飽和が始まる1 dB利得圧縮点出力 OP_{1dB} 近くになると、*IM3* 電力は信号電力の1%程度、すなわち、約20 dBダウンの電力となる。以上のことを考慮すると図の特性が描かれる。

ここで *IIP3* は、*OIP3* と利得 G_{dB} (デシベル表示) を用いて以下であたえられる。

$$IIP3 = OIP3 - G_{dB} \quad (4.41)$$

$IIP3$ は LNA あるいは MIX への許容入力電力の指標を与える。すなわち、入力電力 P_{RF} は $IIP3$ から $(10 + \alpha)dB$ バックオフを取った電力以下で動作させる必要がある。ここで、 $\alpha(dB)$ は信号の $PAPR$ (Peak to Average Power Ratio) を考慮し、余裕を持った値にする必要がある。

$IIP3$ を高くするには式(4.41)から利得 G_{dB} を低く抑えることが望ましいが、 G_{dB} を低くすると後段の雑音特性の影響が大きくなるので、雑音特性とのトレードオフが必要となる。

受信機では、図4.16に示すように、低雑音増幅器 (LNA) とダウンミキサ (MIX) とを組み合わせたダウンコンバータとして一般に用いられる。この場合にはダウンコンバータとしての $IIP3_{CONV}$ を求め、これに対して $(10 + \alpha)dB$ バックオフを取った点で動作するようにレベルダイヤを決める必要がある。

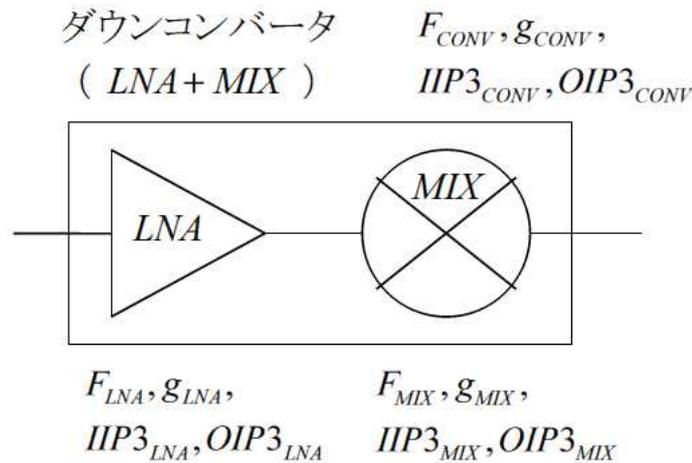


図4.16 受信ダウンコンバータの構成

ここで、 LNA の $OIP3_{LNA}$ と MIX の $IIP3_{MIX}$ の大小関係によりダウンコンバ

ータとしての $IIP3_{CONV}$ は以下のように与えられる。

$$IIP3_{CONV} = \begin{cases} IIP3_{LNA} (= OIP3_{LNA} - G_{LNA,dB}) & OIP3_{LNA} \leq IIP3_{MIX} \\ IIP3_{MIX} - G_{LNA,dB} & OIP3_{LNA} \geq IIP3_{MIX} \end{cases} \quad (4.42)$$

なお、他のパラメータは以下で与えられる。

$$F_{CONV} = F_{LNA} + \frac{F_{MIX} - 1}{g_{LNA}} \rightarrow \text{デシベル表示} \quad NF_{CONV} = 10 \log(F_{CONV}) \quad (4.43)$$

$$g_{CONV} = g_{LNA} g_{MIX} \rightarrow \text{デシベル表示} \quad G_{CONV,dB} = G_{LNA,dB} + G_{MIX,dB} \quad (4.44)$$

$$OIP3_{CONV} = \begin{cases} OIP3_{LNA} + G_{MIX,dB} & OIP3_{LNA} \leq IIP3_{MIX} \\ OIP3_{MIX} & OIP3_{LNA} \geq IIP3_{MIX} \end{cases} \quad (4.45)$$

ダウンコンバータの雑音特性 F_{CONV} を良くするには、 LNA の利得 $G_{LNA,dB}$ (デシベル表示) を大きくすべきであるが、 $G_{LNA,dB}$ の増大は式 (4.42) から $IIP3_{CONV}$ の低下をもたらすことになるので、トレードオフが必要である。

4.8 受信機レベルダイヤ設計例

IEEE802.11a 5GHz 帯無線 LAN システム^[5]を例に、受信機のレベルダイヤ設計について述べる

図 4.17 に受信機に対する仕様性能 (の一部) を示す。また、図 4.18 に送受信機の無線部構成例を示す。

周波数条件

$$f_{CH} = 20\text{MHz} (\Delta f = 20\text{MHz})$$

受信感度条件

CASE	1次変調	最小受信感度
1	BPSK	-82dBm
2	QPSK	-79dBm
3	16QAM	-74dBm

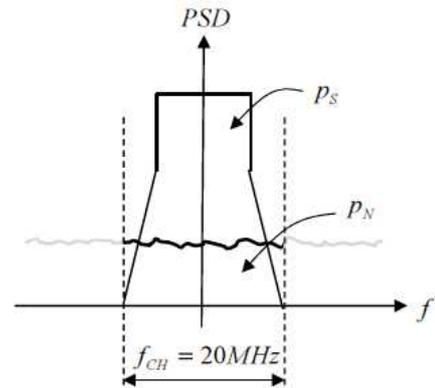


図 4.17 受信機に対する仕様性能 (の一部)

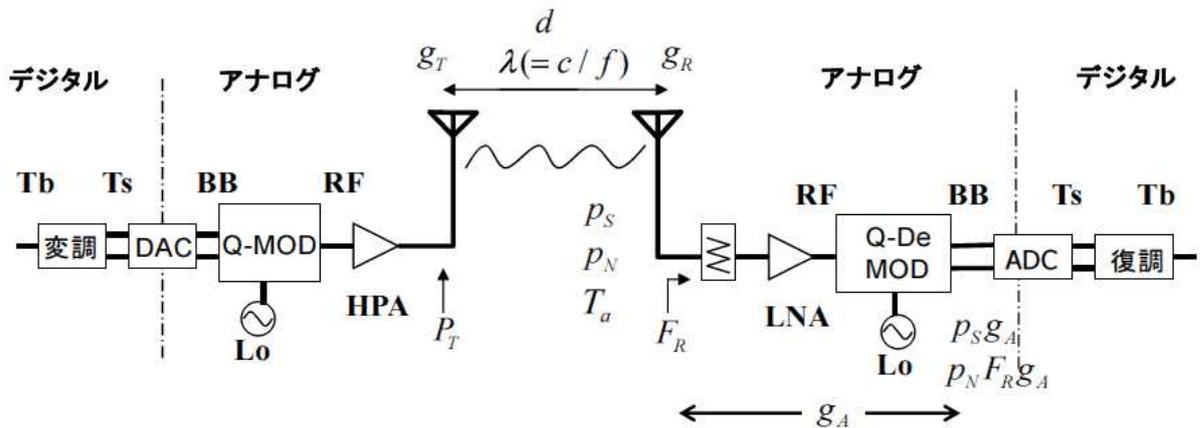


図 4.18 送受信機の無線部構成例

なお本節では、電力，利得，雑音特性に対して、真値での計算とデシベル表示での計算が入り乱れて現われる。このため、本節で用いる記号についてはあらかじめ以下の取り決めをしておく。すなわち、小文字 p は電力の真値， g は利得の真値，大文字 $P = 10\log(p)$ は電力のデシベル表示， $G = 10\log(g)$ は利得のデシベル表示， C/N は C/N 比の真値， $CNR = 10\log(C/N)$ はデシベル表示， F は雑音指数の真値， $NF = 10\log(F)$ はデシベル表示をそれぞれ表わす。

図 4.18 において, 受信機入力端での入力信号電力 p_S および雑音電力 p_N は次式で与えられる。

$$p_S = g_T g_R p_T \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 \quad (\text{フリスの伝達公式}^{[6]}) \quad (4.46)$$

$$p_N = k_B T_a \Delta f \quad (\text{ナイキストの熱雑音理論}) \quad (4.47)$$

ここで, p_T ; 送信機出力電力, g_T ; 送信機アンテナ利得, g_R ; 受信機アンテナ利得, λ ; 搬送波の波長, d ; 伝搬距離, T_a ; 受信機入力端での温度 (ここでは $T_a = 300K$ とする), k_B ; ボルツマン定数 ($k_B = 1.38 \times 10^{-23} (J/K)$)

受信端の C/N_0 および ADC 端での C/N はそれぞれ次式で与えられる。

$$C/N_0 = \frac{p_S}{p_N} = g_T g_R p_T \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 \frac{1}{k_B T_a \Delta f} \quad (4.48)$$

$$C/N = \frac{p_S g_A}{p_N F_R g_A} = g_T g_R p_T \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 \frac{1}{k_B T_a \Delta f F_R} \quad (4.49)$$

ここで,

Δf ; チャネル幅 (仕様より $f_{CH} = 20MHz$ ($\Delta f = 20MHz$))

F_R ; 受信機全体の雑音指数 (以下の議論から, $F_R = 5.248$ ($NF_R = 7.2dB$) を仮定)

受信機の入力端での雑音電力 p_N は $T_a = 300K$ とすると以下となる。

$$\begin{aligned}
 p_N &= k_B T_a \Delta f = 1.38 \times 10^{-23} \times 300 \times 20 \times 10^6 \\
 &= 8.28 \times 10^{-14} (W) = 8.28 \times 10^{-11} (mW)
 \end{aligned}
 \tag{4.50}$$

$$\rightarrow P_N (= 10 \log(p_N)) = -100.8 \text{dBm}$$

図 4.17 の仕様性能から、最小受信電力 $p_{S \min}$ は、用いる各変調信号ごとに最小受信感度として与えられる。以上を用いることにより、各変調信号に対する最小受信感度時の CNR 、 BER の概略値が表 4.1 のように得られる。

表 4.1 各変調信号に対する最小受信感度時の CNR 、 BER の概略値

変調	$P_{S \min}^{\dagger 1}$	NF_R	$CNR^{\dagger 2}$	$BER^{\dagger 3}$
BPSK	-82dBm	7.2dB	11.6dB	4×10^{-8}
QPSK	-79dBm	7.2dB	14.6dB	4×10^{-8}
16QAM	-74dBm	7.2dB	19.6dB	5×10^{-6}

†1 仕様の中で、変調信号ごとに最小受信感度として与えられる

$$\dagger 2 \quad CNR = 10 \log \left(\frac{P_{S \min}}{p_N F_R} \right) = P_{S \min} - P_{N, dB} - NF_R = P_{S \min} - (-100.8) - 7.2$$

†3 フェージング無し、位相雑音、線形/非線形歪みの影響無視、同期検波

$$BER_{BPSK} = Q(\sqrt{2C/N}) \quad BER_{QPSK} = Q(\sqrt{C/N}) \quad BER_{16QAM} = \frac{3}{4} Q\left(\sqrt{\frac{C/N}{5}}\right)$$

通信セル最大半径は $d_{\max} = 100m$ 、最小半径（最短距離）は $d_{\min} = 1m$ とし、

$d_{\max} = 100m$ の時。受信電力が $P_{S \min} (= 10 \log(p_{S \min})) = -82 \text{dBm}$ になるとす

る（仮定）。フリスの公式によれば、受信電力 P_S は距離 d の 2 乗に反比例する

ことから、距離と受信電力の関係は図 4.19 のように表わせる。図から、最短距離 $d_{\min} = 1m$ における受信電力 $P_{S_{\max}} (= 10 \log(p_{S_{\max}})) = -42dBm$ となる。

受信電力 $P_{S_{\max}} = -42dBm$ が $IIP3$ から決まる許容入力電力を超えないようにする必要がある。これから、受信低雑音増幅器 (LNA) の利得の上限 $G_{LNA_{\max}}$ が決まる。

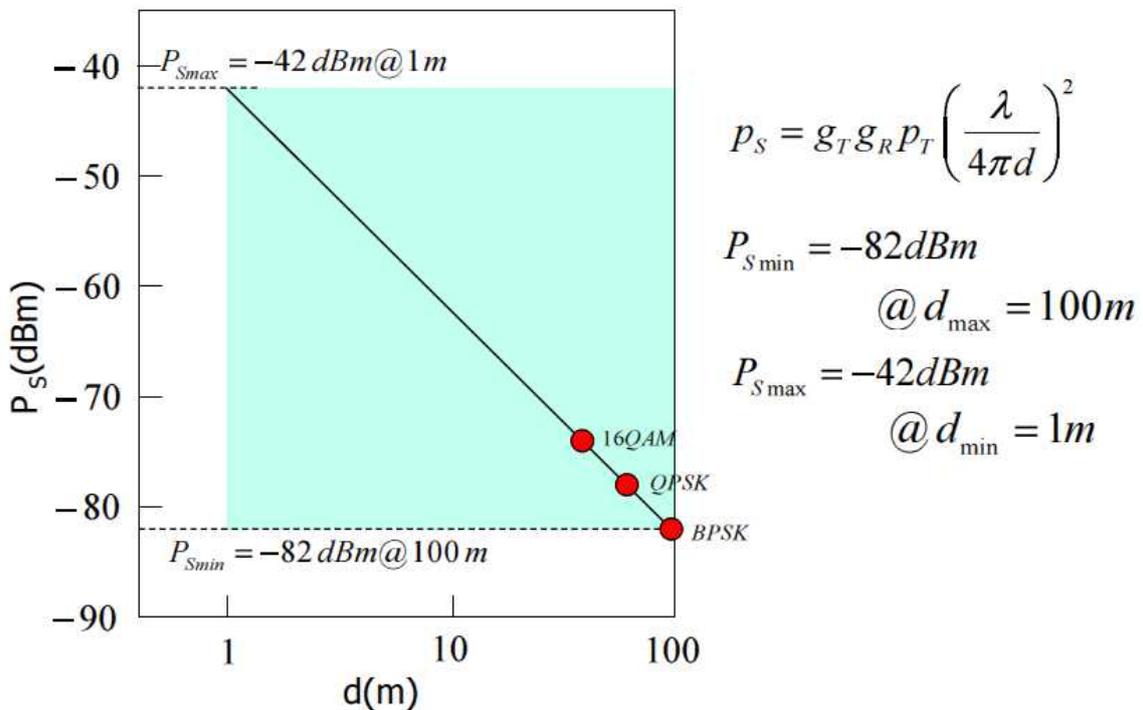


図 4.19 距離 d と受信電力 P_s の関係。

図 4.20 に受信機の (ダウン) コンバータ部分の構成とデバイス性能から予想される性能を示す。コンバータとしての $IIP3_{CONV}$, および雑音指数劣化量 ΔNF (ここでは $\Delta NF \leq 0.7dB$ とする) から、 LNA の利得 G_{LNA} の許容範囲を求め

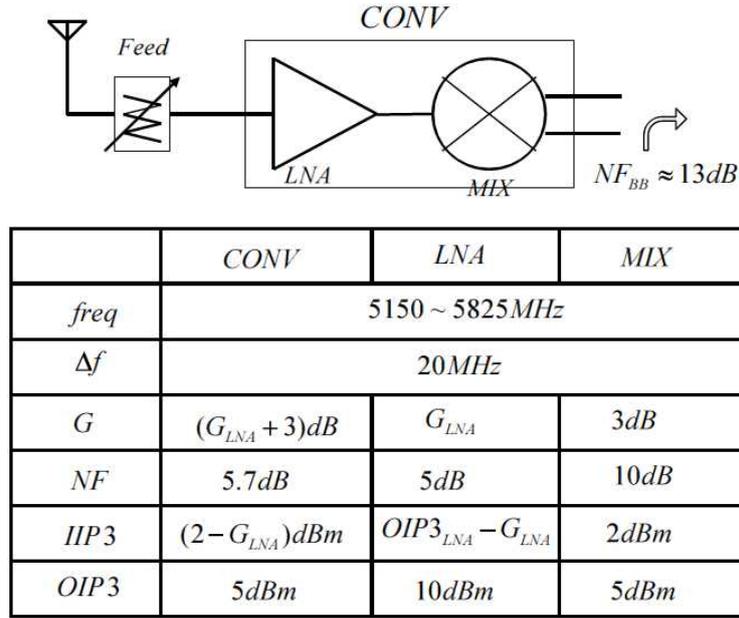


図 4.20 受信機の（ダウン）コンバータ部分の構成と性能

(1) G_{LNA} の最大値の決定

図 4.20 の場合、 $OIP3_{LNA} \geq IIP3_{MIX}$ であることから、前節（4.7 節）の議論から、ミクサ歪みが支配的であり、コンバータの $IIP3_{CONV}$ は以下で与えられる。

$$IIP3_{CONV} = IIP3_{MIX} - G_{LNA} \quad (OIP3_{LNA} \geq IIP3_{MIX}) \quad (4.51)$$

ここで、（ダウン）コンバータの最大入力電力 P_{RFCONV} は OFDM 変調波の PAPR を考慮して $\alpha = 15dB$ とし、以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} P_{RFCONV} &= IIP3_{CONV} - \alpha - 10 = IIP3_{MIX} - G_{LNA} - \alpha - 10 \\ &= 2 - G_{LNA} - 15 - 10 = -23 - G_{LNA} (dBm) \end{aligned} \quad (4.52)$$

アンテナ *Feed* の損失を $L_F \approx 1.5dB$ と (仮定) するとコンバータへの入力電力は $d_{\min} = 1m$ 時に $P_{S_{\max}} = -42 - L_F = -43.5dBm$ となる。 $P_{S_{\max}} \leq P_{RFCONV}$ となる必要があり、これから利得に関する以下の条件が得られる。

$$P_{S_{\max}} = -43.5dBm \leq P_{RFCONV} = (-23 - G_{LNA})(dBm)$$

$$\rightarrow G_{LNA} \leq 20.5dB \quad (4.57)$$

(2) G_{LNA} の最小値の決定

コンバータの雑音指数 F_{CONV} (NF_{CONV}) は、コンバータ後ろの雑音指数 F_{BB} (NF_{BB}) までを考慮して次式で与えられる。

$$F_{CONV} = F_{LNA} + \frac{F_{MIX} - 1}{g_{LNA}} + \frac{F_{BB} - 1}{g_{LNA}g_{MIX}} \quad (4.54)$$

ここで、 $F_{LNA} = 3.162(NF_{LNA} = 5dB)$ 、 $F_{MIX} = 10(NF_{MIX} = 10dB)$ 、

$F_{BB} = 20(NF_{BB} = 13dB)$ 、 $g_{MIX} = 2(G_{MIX} = 3dB)$ の値を代入して、

$$F_{CONV} = 3.162 + \frac{10-1}{g_{LNA}} + \frac{20-1}{2g_{LNA}} = 3.162 + 18.5 \frac{1}{g_{LNA}} \quad (4.55)$$

これから、図 4.21 に示す NF_{CONV} と G_{LNA} の関係が得られる。 NF 劣化を

$\Delta NF \leq 0.7dB$ とする条件は $15.2dB \leq G_{LNA}$ となる。

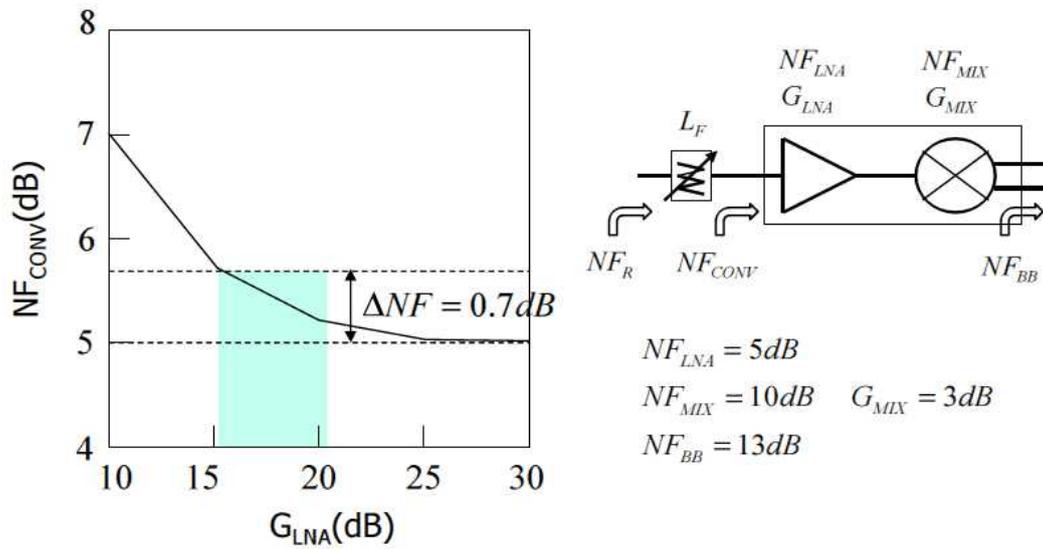


図 4.21 NF_{CONV} と G_{LNA} の関係

(1), (2) から, LNA の利得の許容範囲は以下で与えられる。

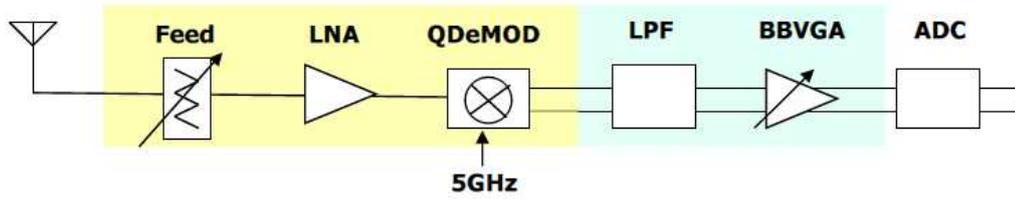
$$15.2dB \leq G_{LNA} \leq 20.5dB \tag{4.56}$$

ばらつき等を考慮して, G_{LNA} の設計目標は $G_{LNA} = 18dB$ とする。

以上から決められる受信機のレベルダイヤ案を図 4.22 に示す。

Freq.Band $B = 5150 \sim 5825\text{MHz}$

ChannelBand $f_{CH} = 20\text{MHz}$ ($\Delta f = 20\text{MHz}$)



	Feed	LNA	QDeMOD	LPF	BBVGA	ADC
Gain(dB)	-1.5	18	3	-3	0~40dB	$f_s \geq 30\text{MHz}$
NF(dB)	1.5	5	10	3	10	(OSR ≥ 1.5)
OIP3(dBm)		10	5		0	$b_{design} \geq 8\text{bit}$ (8章8.4節参照)
$P_S(@100\text{m})$	-82	-83.5	-65.5	-62.5	-65.5	-25.5
$P_S(@1\text{m})$	-42	-43.5	-25.5	-22.5	-25.5	-25.5
$P_N(@100\text{m})$	-100.8	-100.8	-77.8	-74.6	-77.6	-37.4

図 4.22 受信機のレベルダイヤ (案)

付録D 式(4.36)の導出

式(4.32)から,

$$\begin{aligned}
 F &= 1 + \frac{R_S^2 g_N - 2aR_S \sqrt{r_N g_N} + r_N}{R_S} + \frac{X_S^2 g_N + 2bX_S \sqrt{r_N g_N}}{R_S} \\
 &= F_{\min} - 2\sqrt{r_N g_N} \sqrt{1-b^2} + R_S g_N + \frac{1}{R_S} (r_N + X_S^2 g_N + 2bX_S \sqrt{r_N g_N}) \\
 &= F_{\min} + \frac{g_N}{R_S} \left((R_S - R_{opt})^2 + (X_S - X_{opt})^2 \right) + \Delta
 \end{aligned} \tag{D.1}$$

ここで,

$$\begin{aligned}
 \Delta &= -2\sqrt{r_N g_N} \sqrt{1-b^2} + \frac{g_N}{R_S} (2R_S R_{opt} - R_{opt}^2) \\
 &+ \frac{g_N}{R_S} (2X_S X_{opt} - X_{opt}^2) + \frac{r_N}{R_S} + 2b \frac{X_S}{R_S} \sqrt{r_N g_N}
 \end{aligned} \tag{D.2}$$

式(D.2)に, $X_{opt} = -b \sqrt{\frac{r_N}{g_N}}$, $R_{opt} = \sqrt{\frac{r_N}{g_N}} \sqrt{1-b^2}$ を代入して整理すると $\Delta = 0$

となる。

これから,

$$\begin{aligned}
 F &= F_{\min} + \frac{g_N}{R_S} \left((R_S - R_{opt})^2 + (X_S - X_{opt})^2 \right) \\
 &= F_{\min} + \frac{g_N}{R_S} |Z_S - Z_{opt}|^2
 \end{aligned} \tag{D.3}$$