

5 ミクサ・周波数変換器

5.1 FET ミクサの動作原理

周波数変換に用いられるミクサはダイオードやトランジスタなどの非線形特性を利用して構成され、使用デバイスや着目する性能などに応じて多くの種類が存在する。ここでは、CMOS FET で構成されるミクサ回路を取り上げ、無線通信における周波数変換機能に着目した議論をおこなう。

例として、図 5.1 に示すカスコード CMOS FET で構成したミクサを取り上げ、ミクサ動作のメカニズムを説明する。

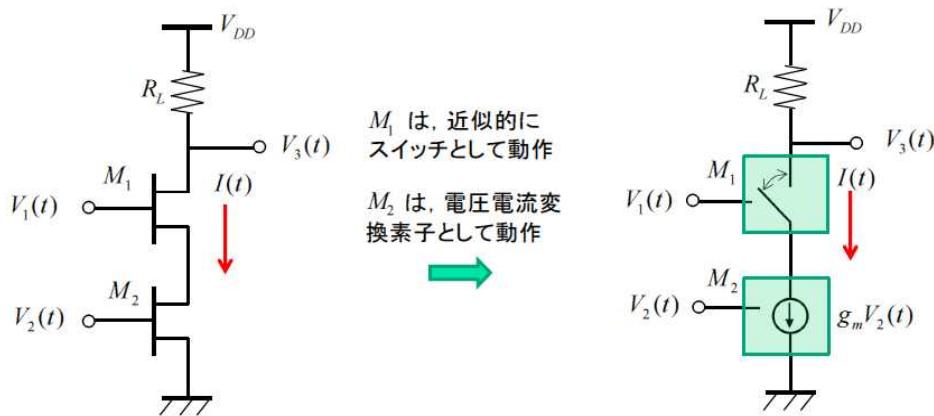


図 5.1 ミクサの回路構成と動作メカニズム
～カスコード CMOS FET を用いた場合～

図において、FET M1 は大きなゲート電圧 $V_1(t)$ を印加することにより、近似的にスイッチとして動作するものとする。すなわち、 $V_1(t) \geq V_{th}$ の時にオン（導通）、 $V_1(t) \leq V_{th}$ の時にオフ（開放）となる理想スイッチとして動作するものとする。ここで、 V_{th} は FET の閾値電圧（スレッショルド電圧）である。一方、FET M2 は相互コンダクタンス g_m の電圧電流変換素子として動作し、ゲート電圧 $V_2(t)$ (= 直流バイアス電圧 V_0 + 小信号高周波電圧 $v_{IN}(t)$) の値に応じてドレイン -

ソース間に $g_m(V_2(t) - V_{th})$ の電流が流れようとする。

ここで、図 5.2 のように、FET M1 に $V_1(t) = V_{th} + A \cos(\omega_p t)$ の電圧が印加されるとき、FET M1 は周期 $T_p = \frac{2\pi}{\omega_p}$ でオン(導通)/オフ(開放)を繰り返す動作をする。

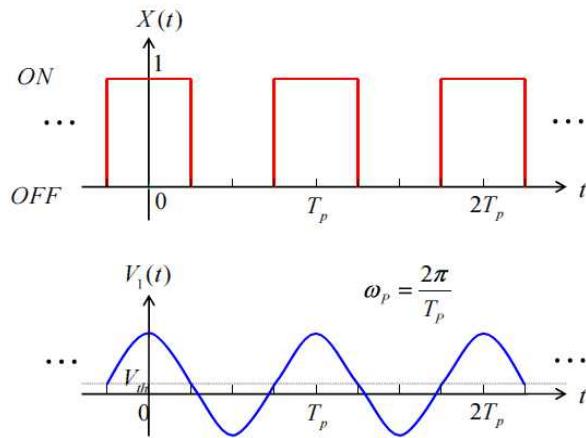


図 5.2 FET M1 のゲート電圧 $V_1(t)$ と伝達関数 $X(t)$

FET M1 のオン(導通)/オフ(開放)に対応して、電流 $I(t)$ は次式のように与えられる。

$$I(t) = g_m(V_2(t) - V_{th})X(t) \quad (5.1)$$

$X(t)$ は FET M1 のスイッチ動作による伝達関数であり、基本角周波数 ω_p の Fourier 級数を用いて次式で与えられる。

$$\begin{aligned} X(t) &= \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1}}{2m-1} \cos((2m-1)\omega_p t) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cos(\omega_p t) - \frac{2}{3\pi} \cos(3\omega_p t) + \dots \end{aligned} \quad (5.2)$$

ここで、FET M2 のゲート電圧 $V_2(t)$ は、次式のように直流電圧 V_0 と高周波の小信号正弦波電圧 $v_{IN}(t) = B \cos(\omega_{IN} t)$ の和で与えられるとする。

$$V_2(t) = V_0 + v_{IN}(t) = V_0 + B \cos(\omega_{IN} t) \quad (5.3)$$

この時、式(5.1)の電流 $I(t)$ は以下のように式変形される。

$$\begin{aligned} I(t) &= g_m(V_0 - V_{th} + v_{IN}(t))X(t) \\ &= g_m(V_0 - V_{th} + B \cos(\omega_{IN} t))\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cos(\omega_p t) - \frac{2}{3\pi} \cos(3\omega_p t) + \dots\right) \\ &= \frac{1}{2}g_m(V_0 - V_{th}) + g_m(V_0 - V_{th})\left(\frac{2}{\pi} \cos(\omega_p t) - \frac{2}{3\pi} \cos(3\omega_p t) + \dots\right) + \frac{1}{2}g_m B \cos(\omega_{IN} t) \\ &\quad + \frac{1}{\pi}g_m B (\cos((\omega_p - \omega_{IN})t) + \cos((\omega_p + \omega_{IN})t)) \\ &\quad - \frac{1}{3\pi}g_m B (\cos((3\omega_p - \omega_{IN})t) + \cos((3\omega_p + \omega_{IN})t)) + \dots \end{aligned} \quad (5.4)$$

図 5.3 に FET M2 のゲート電圧 $V_2(t)$ と電流 $I(t)$ の時間応答波形の様子を示す。

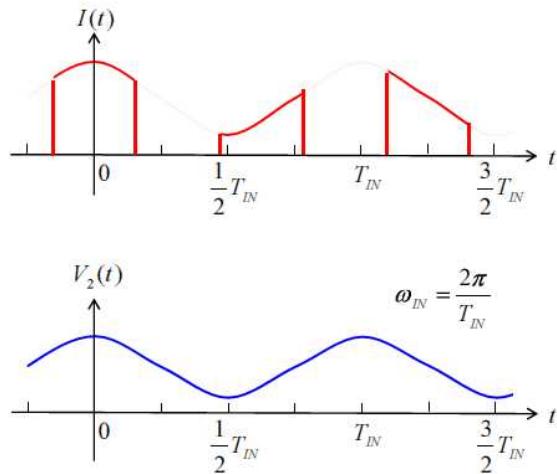


図 5.3 FET M2 のゲート電圧 $V_2(t)$ と電流 $I(t)$

図 5.1 の回路において、電流 $I(t)$ が負荷 R_L を流れることにより、端子電圧 $V_3(t)$ が以下のように求まる。

$$\begin{aligned}
 V_3(t) &= V_{DD} - R_L I(t) \\
 &= V_{DD} - \frac{1}{2} R_L g_m (V_0 - V_{th}) - \frac{2}{\pi} R_L g_m (V_0 - V_{th}) \left(\cos(\omega_p t) - \frac{1}{3} \cos(3\omega_p t) + \dots \right) \\
 &\quad - \frac{1}{2} R_L g_m B \cos(\omega_{IN} t) \\
 &\quad - \frac{1}{\pi} R_L g_m B (\cos((\omega_p - \omega_{IN})t) + \cos((\omega_p + \omega_{IN})t)) \\
 &\quad + \frac{1}{3\pi} R_L g_m B (\cos((3\omega_p - \omega_{IN})t) + g_m B \cos((3\omega_p + \omega_{IN})t)) + \dots
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

図 5.4 に $V_3(t)$ のスペクトルの様子を示す。 $V_3(t)$ には、 $\omega_p - \omega_{IN}$ や $\omega_p + \omega_{IN}$ などのミキシング周波数成分が存在するが、それ以外にローカル周波数 ω_p 成分、入力周波数 ω_{IN} 成分、直流成分、および高次のミキシング成分も存在する。ミクサとして用いるには、これらの不要周波数成分をフィルタで除去する必要がある。

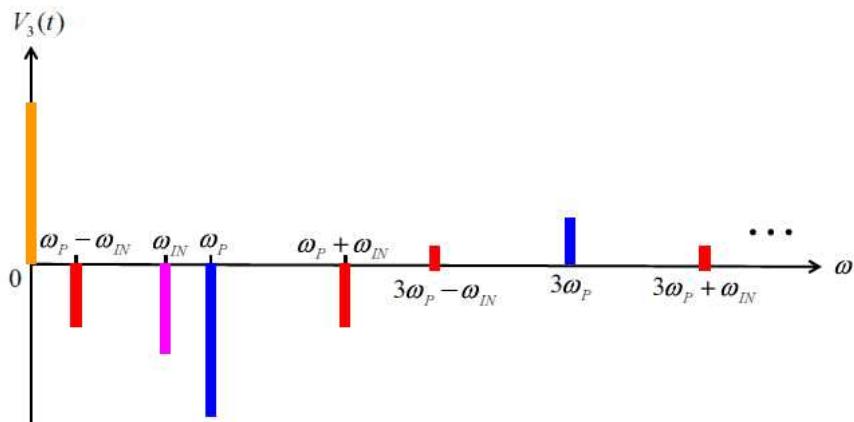


図 5.4 $V_3(t)$ のスペクトル

図 5.5 にカスコード CMOS FET で構成したミクサの高周波回路モデルを示す。

図において、 $v_p(t)$ はローカル信号電圧、 $v_{IN}(t)$ はミクサ入力信号電圧、 $v_{MIX}(t)$ はミクサ出力信号電圧であり、それぞれの端子をローカル端子、ミクサ入力端子、ミクサ出力端子と呼ぶ。

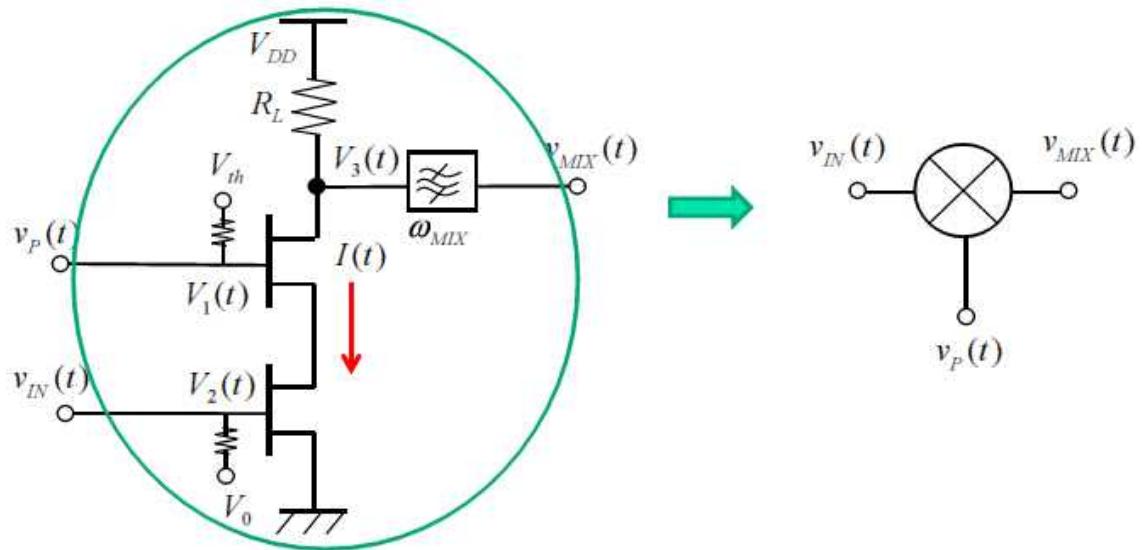


図 5.5 ミクサの高周波回路モデル
～カスコード CMOS FET を用いた場合～

$V_3(t)$ には、 ω_p 、 ω_{IN} 、直流、および高次のミキシング成分も含まれるので、フィルタによりこれらを除去する。これにより、次式で与えられる $v_{MIX}(t)$ が得られる。

$$\begin{aligned} v_{MIX}(t) &= -\frac{1}{\pi} R_L g_m B (\cos((\omega_p - \omega_{IN})t) + \cos((\omega_p + \omega_{IN})t)) \\ &= -\frac{2}{\pi} R_L g_m B \cos(\omega_{IN}t) \cos(\omega_p t) \end{aligned} \quad (5.6)$$

ここでは（以後の議論においても）、ミキシング周波数として $\omega_p - \omega_{IN}$ と $\omega_p + \omega_{IN}$ の両方の成分を考えているが、これは、上式にあるようにミクサ出力信号電圧 $v_{MIX}(t)$ が（係数分は除いて）ミクサ入力信号電圧 $v_{IN}(t)$ とローカル信号電圧 $v_p(t)$

の積で与えられるモデルを得るためである。

実際のミクサ設計においては、 $\omega_p - \omega_{IN}$ と $\omega_p + \omega_{IN}$ のうちの一方の成分のみを取り出すことになる。例えば、RF 信号から IF 信号を取り出すダウンコンバージョンミクサの場合にはミクサ出力端子部に設けるフィルタに低域通過フィルタ (LPF) を用い、他の不要周波数成分 (ω_p , ω_{IN} , 高次ミキシング成分など) とともに $\omega_p + \omega_{IN}$ 成分を除去し、 $\omega_p - \omega_{IN}$ 成分のみを取り出すようとする。

5.2 FET ミクサの端子間アイソレーションの改善

前述のカスコード CMOS FET を用いて構成したミクサでは、そのままでミクサ出力端子に ω_p , ω_{IN} および直流成分も存在する、すなわち、端子間アイソレーションが得られていない問題がある。このため、外部のフィルタによりこれら成分を除去する必要がある。これに対し、外部フィルタを用いることなく直流成分、ローカル周波数 ω_p 成分、および入力周波数 ω_{IN} 成分（の一部またはすべて）を除去することができるミクサ回路構成として、バランス型ミクサやダブルバランス型ミクサがある。以下でその回路構成および動作について述べる。

5.2.1 バランス型ミクサ

図 5.6 に CMOS バランス型乗算回路を用いたバランス型ミクサの回路構成を示す。

図において FET M1 と FET M3 とは差動対となる（互いに逆相動作する）ように構成されている。FET M1 のゲート印加電圧 $V_1^+(t)$, FET M3 のゲート印加電圧 $V_1^-(t)$ はそれぞれ以下のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} V_1^+(t) &= V_{th} + v_P^+(t) = V_{th} + A \cos(\omega_p t) \\ V_1^-(t) &= V_{th} + v_P^-(t) = V_{th} - A \cos(\omega_p t) \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

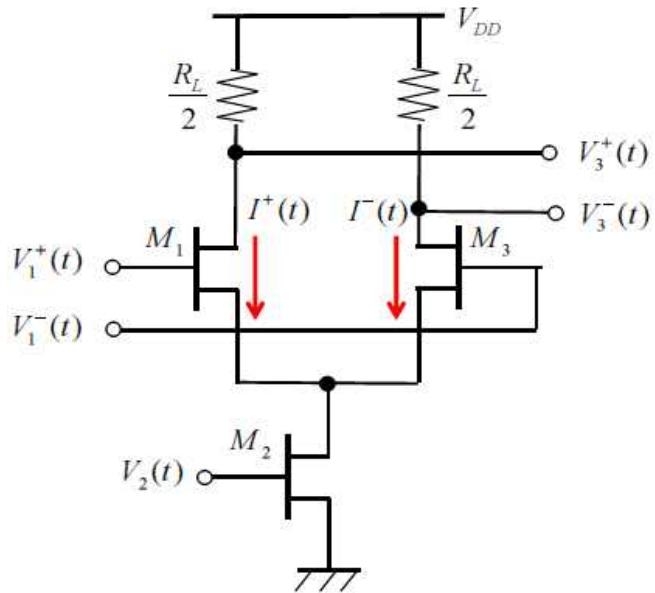


図 5.6 バランスタイプミクサの回路構成
～ CMOS バランスタイプ乗算回路を用いた場合 ～

この時、FET M1 と FET M3 は互いに逆相動作し、スイッチとしての伝達関数 $X^+(t)$

および $X^-(t)$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} X^+(t) &= \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1}}{2m-1} \cos((2m-1)\omega_p t) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cos(\omega_p t) - \frac{2}{3\pi} \cos(3\omega_p t) + \dots \end{aligned} \right\} \quad (5.8)$$

$$\left. \begin{aligned} X^-(t) &= \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1}}{2m-1} \cos((2m-1)\omega_p t) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \cos(\omega_p t) + \frac{2}{3\pi} \cos(3\omega_p t) + \dots \end{aligned} \right\}$$

一方、FET M2 の印加電圧 $V_2(t)$ は以下で与えられるとする（式(5.3)と同じ）。

$$V_2(t) = V_0 + v_{IN}(t) = V_0 + B \cos(\omega_{IN} t) \quad (5.9)$$

この時、FET M1 側を流れる電流 $I^+(t)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
I^+(t) &= g_m(V_0 - V_{th} + v_{IN}(t))X^+(t) \\
&= g_m(V_0 - V_{th} + B \cos(\omega_{IN}t)) \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cos(\omega_p t) - \frac{2}{3\pi} \cos(3\omega_p t) + \dots \right) \\
&= \frac{1}{2} g_m(V_0 - V_{th}) + g_m(V_0 - V_{th}) \left(\frac{2}{\pi} \cos(\omega_p t) - \frac{2}{3\pi} \cos(3\omega_p t) + \dots \right) + \frac{1}{2} g_m B \cos(\omega_{IN}t) \\
&\quad + \frac{1}{\pi} g_m B (\cos((\omega_p - \omega_{IN})t) + \cos((\omega_p + \omega_{IN})t)) \\
&\quad - \frac{1}{3\pi} g_m B (\cos((3\omega_p - \omega_{IN})t) + \cos((3\omega_p + \omega_{IN})t)) + \dots
\end{aligned} \tag{5. 10}$$

さらに、電流 $I^+(t)$ が負荷 $\frac{R_L}{2}$ を流れることにより、端子電圧 $V_3^+(t)$ は以下となる。

$$\begin{aligned}
V_3^+(t) &= V_{DD} - \frac{R_L}{2} I^+(t) \\
&= V_{DD} - \frac{1}{4} R_L g_m (V_0 - V_{th}) \\
&\quad - \frac{1}{\pi} R_L g_m (V_0 - V_{th}) \left(\cos(\omega_p t) - \frac{1}{3} \cos(3\omega_p t) + \dots \right) - \frac{1}{4} R_L g_m B \cos(\omega_{IN}t) \\
&\quad - \frac{1}{2\pi} R_L g_m B (\cos((\omega_p - \omega_{IN})t) + \cos((\omega_p + \omega_{IN})t)) \\
&\quad + \frac{1}{6\pi} R_L g_m B (\cos((3\omega_p - \omega_{IN})t) + \cos((3\omega_p + \omega_{IN})t)) + \dots
\end{aligned} \tag{5. 11}$$

一方、FET M3 側を流れる電流 $I^-(t)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
I^-(t) &= g_m(V_0 - V_{th} + v_{IN}(t))X^-(t) \\
&= g_m(V_0 - V_{th} + B \cos(\omega_{IN}t)) \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \cos(\omega_P t) + \frac{2}{3\pi} \cos(3\omega_P t) + \dots \right) \\
&= \frac{1}{2} g_m(V_0 - V_{th}) + g_m(V_0 - V_{th}) \left(-\frac{2}{\pi} \cos(\omega_P t) + \frac{2}{3\pi} \cos(3\omega_P t) + \dots \right) \\
&\quad + \frac{1}{2} g_m B \cos(\omega_{IN}t) - \frac{1}{\pi} g_m B (\cos((\omega_P - \omega_{IN})t) + \cos((\omega_P + \omega_{IN})t)) \\
&\quad + \frac{1}{3\pi} g_m B (\cos((3\omega_P - \omega_{IN})t) + \cos((3\omega_P + \omega_{IN})t)) + \dots
\end{aligned} \tag{5. 12}$$

さらに、電流 $I^-(t)$ が負荷 $\frac{R_L}{2}$ を流れることにより、端子電圧 $V_3^-(t)$ は以下となる。

$$\begin{aligned}
V_3^-(t) &= V_{DD} - \frac{R_L}{2} I^-(t) \\
&= V_{DD} - \frac{1}{4} R_L g_m (V_0 - V_{th}) + \frac{1}{\pi} R_L g_m (V_0 - V_{th}) \left(\cos(\omega_P t) - \frac{1}{3} \cos(3\omega_P t) + \dots \right) \\
&\quad - \frac{1}{4} R_L g_m B \cos(\omega_{IN}t) + \frac{1}{2\pi} R_L g_m B (\cos((\omega_P - \omega_{IN})t) + \cos((\omega_P + \omega_{IN})t)) \\
&\quad - \frac{1}{6\pi} R_L g_m B (\cos((3\omega_P - \omega_{IN})t) + \cos((3\omega_P + \omega_{IN})t)) + \dots
\end{aligned} \tag{5. 13}$$

ミクサ出力信号は次式の差動電圧として取り出される。

$$\begin{aligned}
V_3^+(t) - V_3^-(t) &= -\frac{2}{\pi} R_L g_m V_0 \left(\cos(\omega_P t) - \frac{1}{3} \cos(3\omega_P t) + \dots \right) \\
&\quad - \frac{1}{\pi} R_L g_m B (\cos((\omega_P - \omega_{IN})t) + \cos((\omega_P + \omega_{IN})t)) \\
&\quad + \frac{1}{3\pi} R_L g_m B (\cos((3\omega_P - \omega_{IN})t) + \cos((3\omega_P + \omega_{IN})t)) + \dots
\end{aligned} \tag{5. 14}$$

図 5.7 に $V_3^+(t) - V_3^-(t)$ のスペクトルの様子を示す。 $V_3^+(t) - V_3^-(t)$ には、 ω_{IN} より直流成分は存在しない。しかし、 ω_P 成分は残るため、これについては外部フ

イルタで除去する必要がある。

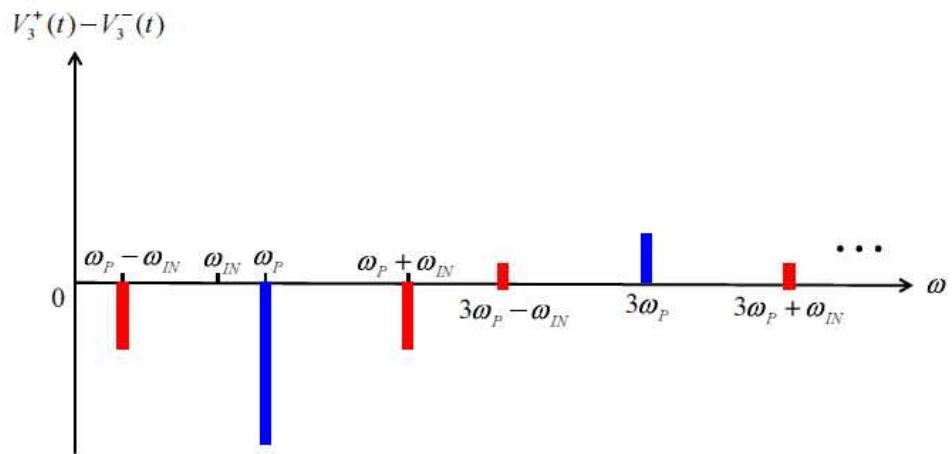


図 5.7 $V_3^+(t) - V_3^-(t)$ のスペクトル

図 5.8 に CMOS バランス型乗算回路を用いたバランス型ミクサの高周波回路モデルを示す。

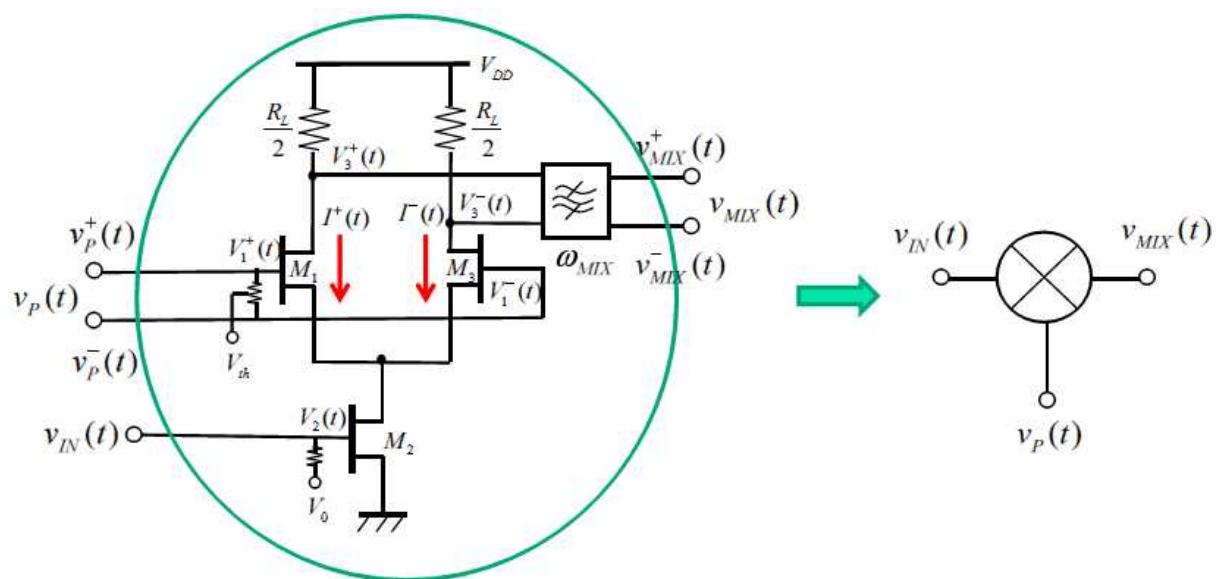


図 5.8 バランス型ミクサの高周波回路モデル
～ CMOS バランス型乗算回路を用いた場合 ～

ローカル端子およびミクサ出力端子は差動配線となっており、ローカル信号電圧、ミクサ出力信号電圧は、それぞれ、 $v_p(t) = v_p^+(t) - v_p^-(t)$ 、
 $v_{MIX}(t) = v_{MIX}^+(t) - v_{MIX}^-(t)$ で与えられる。 $V_3^+(t) - V_3^-(t)$ には、入力周波数 ω_{IN} 成分および直流成分は含まれていないが、ローカル周波数 ω_p 成分および高次のミキシング成分は含まれるので、外部フィルタによりこれらを除去することにより、ミクサ出力信号電圧 $v_{MIX}(t) = v_{MIX}^+(t) - v_{MIX}^-(t)$ が得られる。ここで、 $v_{MIX}(t)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} v_{MIX}(t) &= -\frac{1}{\pi} R_L g_m B (\cos((\omega_p - \omega_{IN})t) + \cos((\omega_p + \omega_{IN})t)) \\ &= -\frac{2}{\pi} R_L g_m B \cos(\omega_{IN}t) \cos(\omega_p t) \end{aligned} \quad (5.15)$$

5.2.2 ダブルバランス型ミクサ

図 5.9 に CMOS ダブルバランス型乗算回路（ギルバートセル）を用いたダブルバランス型ミクサの回路構成を示す。

図において FET M1 と FET M3, FET M4 と FET M6, および FET M2 と FET M5 はそれぞれ差動対となる（互いに逆相動作する）ように構成されている。

FET M1 (および FET M6) のゲート印加電圧 $V_1^+(t)$, FET M3 (および FET M4) のゲート印加電圧 $V_1^-(t)$ はそれぞれ以下のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} V_1^+(t) &= V_{th} + v_p^+(t) = V_{th} + A \cos(\omega_p t) \\ V_1^-(t) &= V_{th} + v_p^-(t) = V_{th} - A \cos(\omega_p t) \end{aligned} \right\} \quad (5.16)$$

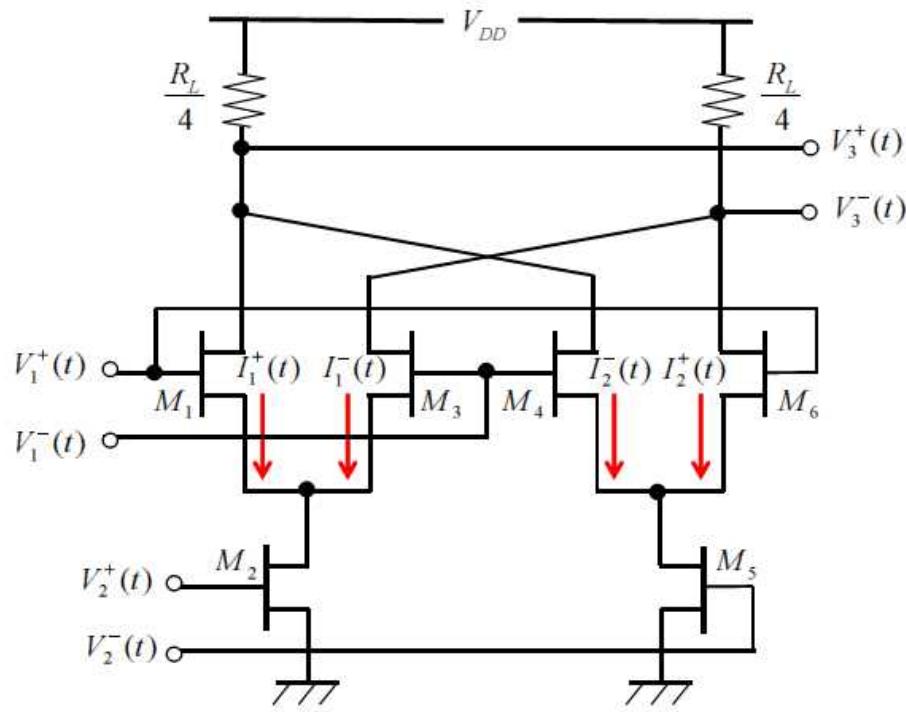


図 5.9 ダブルバランス型ミクサの回路構成
～ CMOS ダブルバランス型乗算回路（ギルバートセル）を用いた場合 ～

この時、FET M1（および FET M6）、FET M3（および FET M4）がスイッチ動作する際の伝達関数 $X^+(t)$, $X^-(t)$ は次式で与えられる（式 (5.8) と同じ）。

$$\left. \begin{aligned}
 X^+(t) &= \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1}}{2m-1} \cos((2m-1)\omega_p t) \\
 &= \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cos(\omega_p t) - \frac{2}{3\pi} \cos(3\omega_p t) + \dots \\
 X^-(t) &= \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1}}{2m-1} \cos((2m-1)\omega_p t) \\
 &= \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \cos(\omega_p t) + \frac{2}{3\pi} \cos(3\omega_p t) + \dots
 \end{aligned} \right\} \quad (5.17)$$

ここで、FET M2 のゲート印加電圧 $V_2^+(t)$, FET M5 のゲート印加電圧 $V_2^-(t)$ はそれぞれ以下のように与えられるとする。

$$\left. \begin{array}{l} V_2^+(t) = V_0 + v_{IN}^+(t) = V_0 + B \cos(\omega_{IN} t) \\ V_2^-(t) = V_0 + v_{IN}^-(t) = V_0 - B \cos(\omega_{IN} t) \end{array} \right\} \quad (5.18)$$

この時、図における電流 $I_1^+(t)$, $I_1^-(t)$, $I_2^+(t)$, $I_2^-(t)$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$\left. \begin{array}{l} I_1^+(t) = g_m(V_0 - V_{th} + v_{IN}^+(t))X^+(t) \\ I_1^-(t) = g_m(V_0 - V_{th} + v_{IN}^+(t))X^-(t) \\ I_2^+(t) = g_m(V_0 - V_{th} + v_{IN}^-(t))X^+(t) \\ I_2^-(t) = g_m(V_0 - V_{th} + v_{IN}^-(t))X^-(t) \end{array} \right\} \quad (5.19)$$

これから、図 5.9 における端子電圧 $V_3^+(t)$, $V_3^-(t)$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$\left. \begin{array}{l} V_3^+(t) = V_{DD} - \frac{R_L}{4}(I_1^+(t) + I_2^-(t)) \\ V_3^-(t) = V_{DD} - \frac{R_L}{4}(I_1^-(t) + I_2^+(t)) \end{array} \right\} \quad (5.20)$$

式(5.20)に式(5.17)～(5.19)の結果を代入して整理すると、端子電圧 $V_3^+(t)$,

$V_3^-(t)$ はそれぞれ次式のように求まる。

$$\left. \begin{aligned}
V_3^+(t) &= V_{DD} - \frac{1}{4} R_L g_m (V_0 - V_{th}) \\
&\quad - \frac{1}{2\pi} R_L g_m B (\cos((\omega_p - \omega_{IN})t) + \cos((\omega_p + \omega_{IN})t)) \\
&\quad + \frac{1}{6\pi} R_L g_m B (\cos((3\omega_p - \omega_{IN})t) + \cos((3\omega_p + \omega_{IN})t)) + \dots \\
V_3^-(t) &= V_{DD} - \frac{1}{4} R_L g_m (V_0 - V_{th}) \\
&\quad + \frac{1}{2\pi} R_L g_m B (\cos((\omega_p - \omega_{IN})t) + \cos((\omega_p + \omega_{IN})t)) \\
&\quad - \frac{1}{6\pi} R_L g_m B (\cos((3\omega_p - \omega_{IN})t) + \cos((3\omega_p + \omega_{IN})t)) + \dots
\end{aligned} \right\} \quad (5.21)$$

ミクサ出力信号は次式の差動電圧として取り出される。

$$\begin{aligned}
V_3^+(t) - V_3^-(t) &= \\
&\quad - \frac{1}{\pi} R_L g_m B (\cos((\omega_p - \omega_{IN})t) + \cos((\omega_p + \omega_{IN})t)) \\
&\quad + \frac{1}{3\pi} R_L g_m B (\cos((3\omega_p - \omega_{IN})t) + \cos((3\omega_p + \omega_{IN})t)) + \dots
\end{aligned} \quad (5.22)$$

図 5.10 に $V_3^+(t) - V_3^-(t)$ のスペクトルの様子を示す。

$V_3^+(t) - V_3^-(t)$ には ω_p , ω_{IN} および直流成分は存在しない。しかし、高次のミキシング成分は残るので、外部フィルタでこれを除去する必要はある。

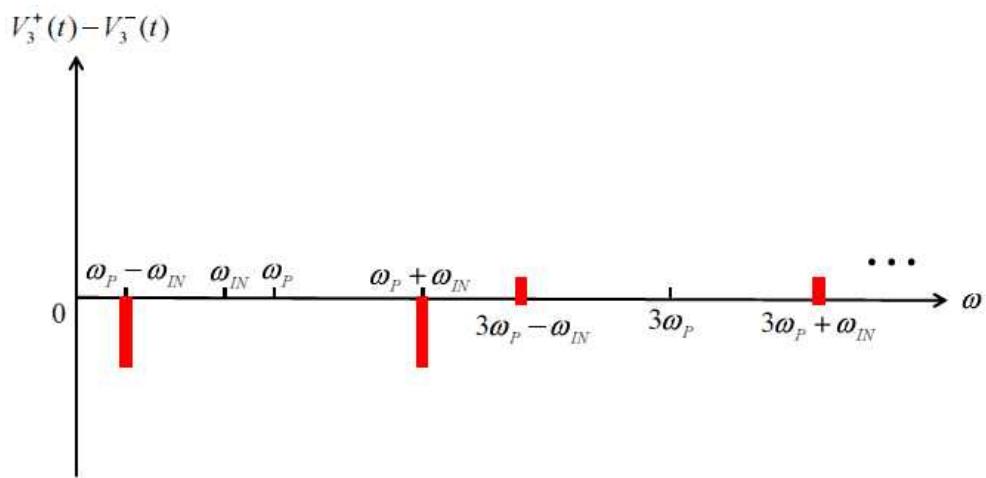


図 5.10 ミクサ出力電圧 $V_3^+(\omega) - V_3^-(\omega)$ のスペクトル

図 5.11 に CMOS ダブルバランス型乗算回路（ギルバートセル）を用いたダブルバランス型ミクサの高周波回路モデルを示す。

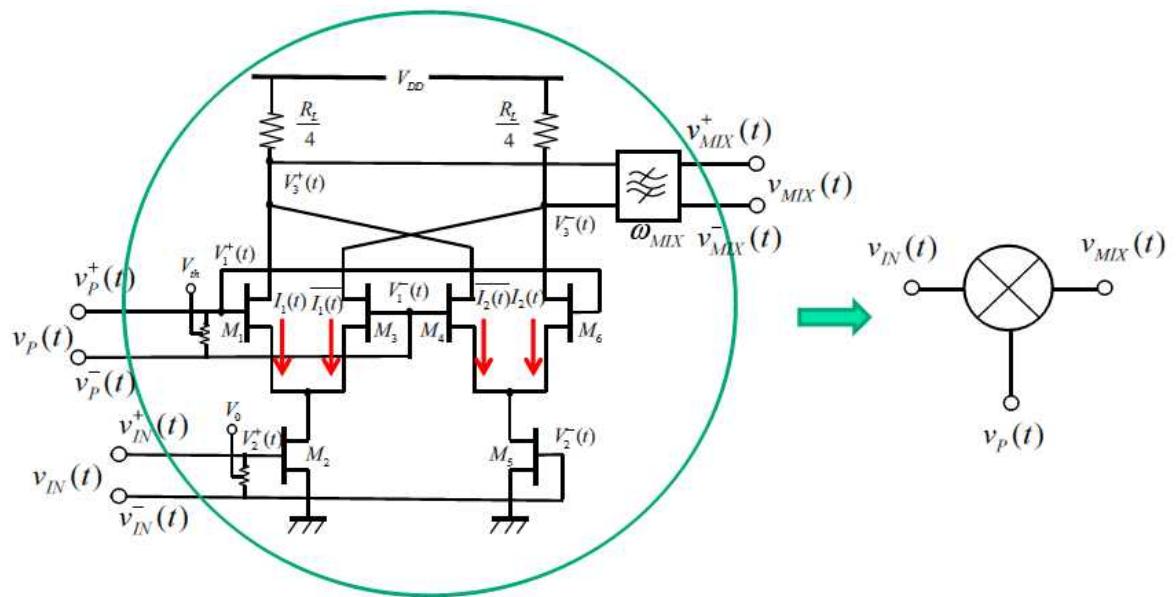


図 5.11 ダブルバランス型ミクサの高周波回路モデル

ローカル端子, ミクサ入力端子およびミクサ出力端子は差動配線となっており, ローカル信号電圧, ミクサ入力信号電圧, ミクサ出力信号電圧は, それぞ

れ、 $v_p(t) = v_p^+(t) - v_p^-(t)$, $v_{IN}(t) = v_{IN}^+(t) - v_{IN}^-(t)$, $v_{MIX}(t) = v_{MIX}^+(t) - v_{MIX}^-(t)$ で与えられる。

ダブルバランス型ミクサでは、 $V_3^+(t) - V_3^-(t)$ に直流成分、ローカル周波数 ω_p 成分、入力周波数 ω_{IN} 成分は含まれない、すなわち、端子間アイソレーションが得られるという優れた特長がある。ただし、高次のミキシング成分は含まれるので、外部フィルタによりこれを除去することにより、ミクサ出力信号電圧 $v_{MIX}(t) = v_{MIX}^+(t) - v_{MIX}^-(t)$ が得られる。ここで、 $v_{MIX}(t)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} v_{MIX}(t) &= -\frac{1}{\pi} R_L g_m B (\cos((\omega_p - \omega_{IN})t) + \cos((\omega_p + \omega_{IN})t)) \\ &= -\frac{2}{\pi} R_L g_m B \cos(\omega_{IN}t) \cos(\omega_p t) \end{aligned} \quad (5.23)$$

ダブルバランス型ミクサの他の優れた特長は、ミクサ入力端子の差動配線に、雑音や不要漏洩波などが同相で結合する場合、動作原理から、その影響がミクサ出力端子に現れないことである。例えば、不要漏洩波としてローカル信号波などもあるが、差動配線に同相で結合する限りその影響を抑圧できる。

5.3 周波数変換動作のモデリング

5.3.1 負周波数と複素信号

周波数は1秒間あたりの振動の数として与えられ、通常は正の値であるとされる。しかし、通信技術やミクサ技術を学ぶ時、正の周波数だけでなく負の周波数の存在も考慮する必要が出てくる。

例えば、角周波数 ω_k の信号 $\cos(\omega_k t)$ を考える時、これをフーリエ変換して求まる周波数応答（スペクトル）は次式で与えられ、また、図 5.12 のように図示される。

$$\Im[\cos(\omega_k t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \cos(\omega_k t) e^{-j\omega t} dt = \pi\delta(\omega - \omega_k) + \pi\delta(\omega + \omega_k) \quad (5.24)$$

ここで、 $\Im[\cdot]$ はフーリエ変換を意味する。

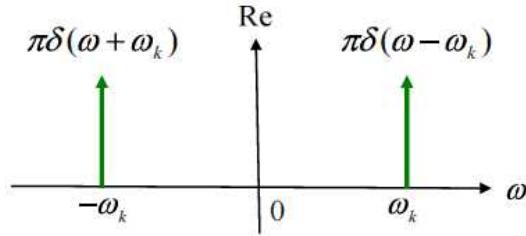


図 5.12 信号 $\cos(\omega_k t)$ のフーリエ変換による周波数応答（スペクトル）

式 (5.24) および図 5.12 からわかるように、信号 $\cos(\omega_k t)$ は角周波数 ω_k (正周波数) と $-\omega_k$ (負周波数) にインパルス状のスペクトル成分を有している。すなわち、負の周波数成分が存在している。実際の信号の中に確かに存在するらしい負の周波数をどのように理解したら良いであろうか。まず、角速度 ω_k で回転する複素信号 $e^{j\omega_k t}$ を考えることから始める。

図 5.13 に複素平面上を複素信号 $e^{j\omega_k t}$ が時間とともに変化する軌跡の様子を示す。

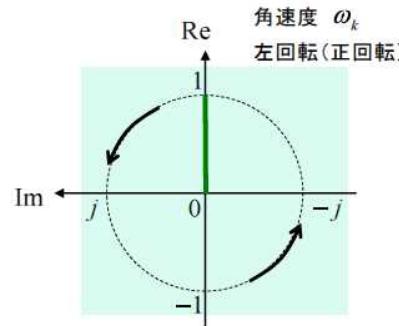


図 5.13 複素信号 $e^{j\omega_k t}$ の軌跡の様子

この図では、上下方向に実軸を、左右方向に虚軸を取って示している。信号軌跡は、時刻 $t = 0$ 時に実数 1 となっており、時間経過とともに半径 1、角速度 ω_k で

回転する。 $\omega_k \geq 0$ の場合には、時間経過とともに左回転（正回転）し、それをここでは正周波数と呼ぶ。

次に複素信号 $e^{-j\omega_k t}$ ($\omega_k \geq 0$) を考える。図 5.14 に複素平面上を複素信号 $e^{-j\omega_k t}$ が時間とともに変化する軌跡の様子を示す。

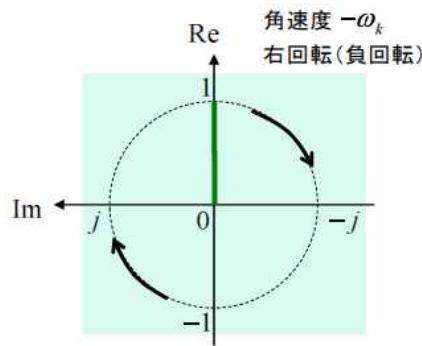


図 5.14 複素信号 $e^{-j\omega_k t}$ の軌跡の様子

この場合の信号軌跡は、時刻 $t = 0$ 時に実数 1 の値となり、時間経過とともに半径 1, 角速度 $-\omega_k$ で回転する。この場合には時間経過とともに右回転（負回転）し、これをここでは負周波数と呼ぶ。

次に角周波数 ω_k で振動する信号 $\cos(\omega_k t)$ を再び考える。これはオイラーの公式から指数関数を用いて次式で与えられる。

$$\cos(\omega_k t) = \frac{1}{2} e^{j\omega_k t} + \frac{1}{2} e^{-j\omega_k t} \quad (5.25)$$

図 5.13 および図 5.14 を参考にして、図 5.15 に信号 $\cos(\omega_k t)$ の軌跡の様子を示す。

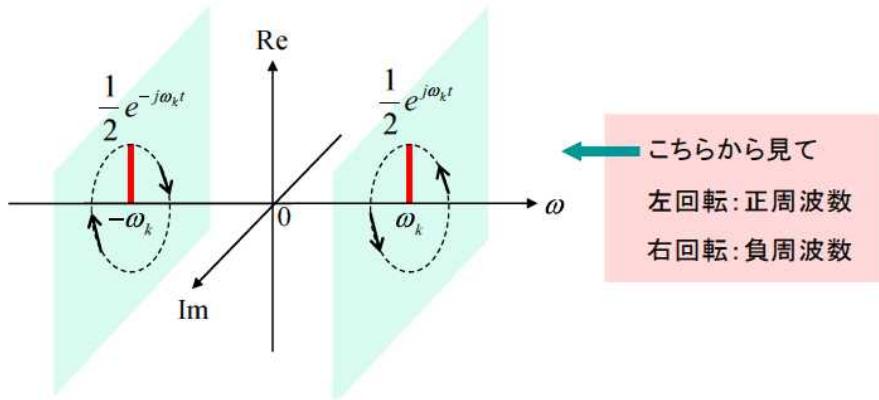


図 5.15 信号 $\cos(\omega_k t)$ の軌跡の様子

図は ω 軸上の ω_k および $-\omega_k$ の点に ω 軸に垂直となる複素平面をそれぞれ考え,

それらの複素平面上に複素信号 $\frac{1}{2}e^{j\omega_k t}$ および $\frac{1}{2}e^{-j\omega_k t}$ の軌跡が描かれたものとなっている。複素信号 $\frac{1}{2}e^{j\omega_k t}$ は時刻 $t=0$ 時に実数 $\frac{1}{2}$ の値となり, 時間経過とともに半径 $\frac{1}{2}$, 角速度 ω_k で回転する。その回転は矢印方向 (図の右側) から見て, 左回転 (正回転, 正周波数) となっている。一方, 複素信号 $\frac{1}{2}e^{-j\omega_k t}$ は時刻 $t=0$ 時に実数 $\frac{1}{2}$ の値となり, 時間経過とともに半径 $\frac{1}{2}$, 角速度 $-\omega_k$ で回転する。その回転は矢印方向 (図の右側) から見て, 右回転 (負回転, 負周波数) となっている。これら 2 つの複素信号は, すべての時刻において互いに複素共役の関係にあり, その虚数成分は相殺されて 0 となり, 実数成分の和が $\cos(\omega_k t)$ の振動として観測される。複素信号において ω_k は回転の角速度として与えたが, これは角周波数でもあり, 両者は同じものである。図 5.12 と図 5.15 の比較から, 図 5.12 に示されるインパルス状のスペクトル成分は図 5.15 に示される複素信号の回転および時刻 $t=0$ 時の値と対応しているといえる。

次に, 角周波数 ω_k の信号 $\sin(\omega_k t)$ を考える。 $\sin(\omega_k t)$ は $\cos(\omega_k t)$ の位相を $-\frac{\pi}{2}$ 回

転したものであり、次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\sin(\omega_k t) &= \cos\left(\omega_k t - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2}e^{j(\omega_k t - \frac{\pi}{2})} + \frac{1}{2}e^{-j(\omega_k t - \frac{\pi}{2})} = -\frac{j}{2}e^{j\omega_k t} + \frac{j}{2}e^{-j\omega_k t}\end{aligned}\quad (5.26)$$

図 5.15 にならって、図 5.16 に信号 $\sin(\omega_k t)$ の軌跡の様子を示す。

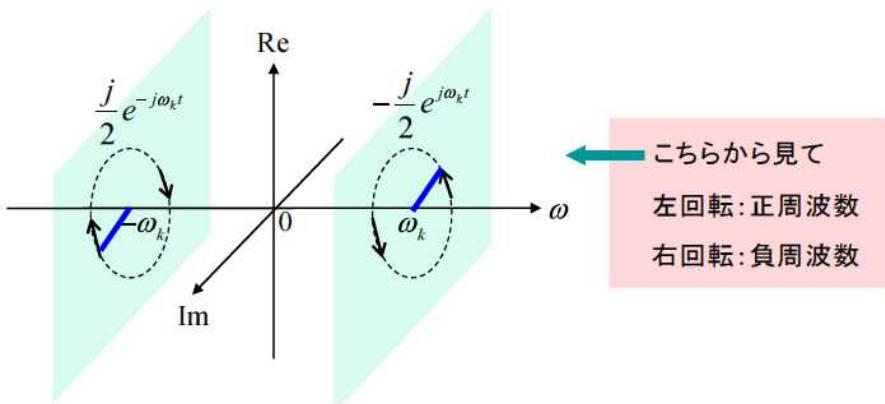


図 5.16 信号 $\sin(\omega_k t)$ の軌跡の様子

複素信号 $-\frac{j}{2}e^{j\omega_k t}$ は時刻 $t=0$ 時に虚数 $-\frac{j}{2}$ の値となり、時間経過とともに半径 $\frac{1}{2}$ 、角速度 ω_k で左回転（正回転、正周波数）している。一方、複素信号 $\frac{j}{2}e^{-j\omega_k t}$ は時刻 $t=0$ 時に虚数 $\frac{j}{2}$ の値となり、時間経過とともに半径 $\frac{1}{2}$ 、角速度 $-\omega_k$ で右回転（負回転、負周波数）している（正確にはマイナスの角周波数で左回転であるが、それをここでは便宜的に、 $-\omega_k$ で右回転と呼ぶ）。これら 2 つの複素信号は、すべての時刻において互いに複素共役の関係にあり、その虚数成分は相殺されて 0 となり、実数成分の和が $\sin(\omega_k t)$ の振動として観測される。一方、信号 $\sin(\omega_k t)$ をフーリエ変換して求まる周波数応答（スペクトル）は次式で与えられ、また、

図 5.17 のように図示される。

$$\Im[\sin(\omega_k t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \sin(\omega_k t) e^{-j\omega t} dt = -j\pi\delta(\omega - \omega_k) + j\pi\delta(\omega + \omega_k) \quad (5.27)$$

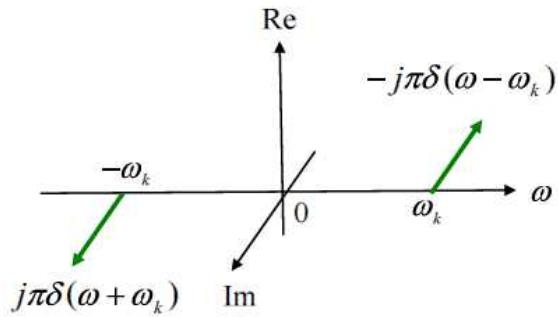


図 5.17 信号 $\sin(\omega_k t)$ のフーリエ変換による周波数応答（スペクトル）

図 5.16 と図 5.17 の比較から、図 5.17 に示されるインパルス状のスペクトル成分は図 5.16 に示される複素信号の回転および時刻 $t = 0$ 時の値と対応していることがわかる。この関係は $\cos(\omega_k t)$ の場合と同様といえる。

ここで、角速度 ω_k で回転する複素信号 $e^{j\omega_k t}$ が単体で存在する場合について、もう少し考える。オイラーの公式から $e^{j\omega_k t}$ は以下のように表せる。

$$e^{j\omega_k t} = \cos(\omega_k t) + j \sin(\omega_k t) \quad (5.28)$$

図 5.15 および図 5.16 に示された $\cos(\omega_k t)$ および $\sin(\omega_k t)$ を用い、その和として $e^{j\omega_k t}$ を求めると図 5.18 の様に示される。当然であるが図 5.18 は図 5.13 で示した $e^{j\omega_k t}$ と一致するものである。図 5.18 では ω 軸上の ω_k の点に図 5.13 で描いた $e^{j\omega_k t}$ の図を持ってきたものとなっている。

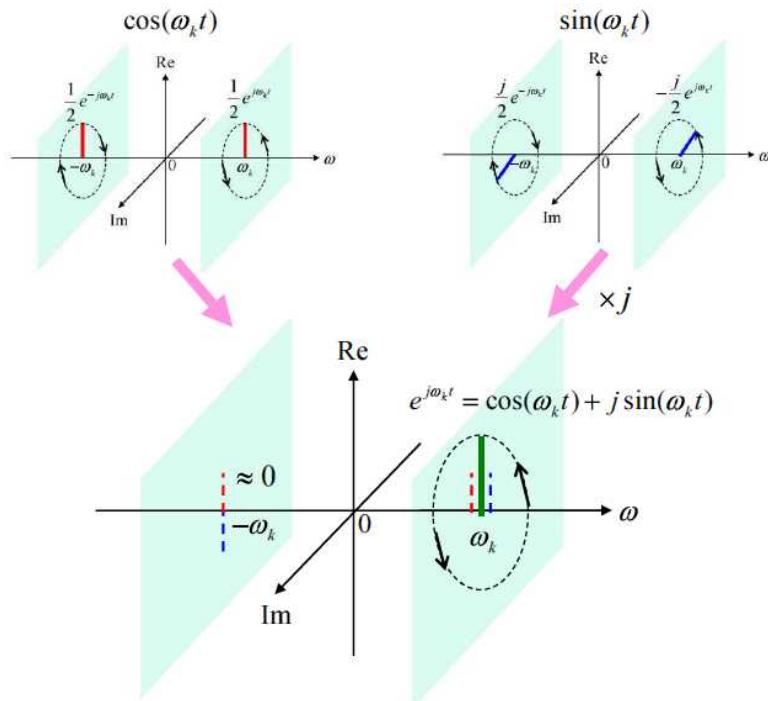


図 5.18 $\cos(\omega_k t)$ と $\sin(\omega_k t)$ の和として与えた $e^{j\omega_k t}$ の軌跡の様子

複素信号 $e^{j\omega_k t}$ をフーリエ変換して求まる周波数応答（スペクトル）は次式で与えられ、また、図 5.19 のように図示される。図 5.18 と図 5.19 の比較から、これまでと同様に両者が対応している様子がわかる。

$$\Im[e^{j\omega_k t}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega_k t} e^{-j\omega t} dt = 2\pi\delta(\omega - \omega_k) \quad (5.29)$$

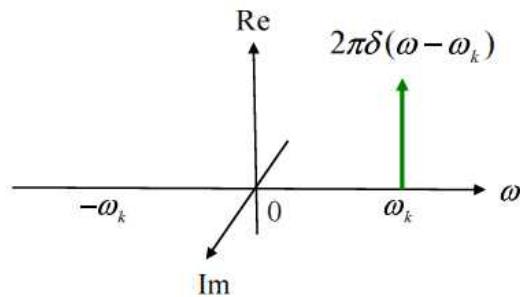


図 5.19 複素信号 $e^{j\omega_k t}$ のフーリエ変換による周波数応答（スペクトル）

次に、複素信号 $d_k e^{j\omega_k t}$ を考える。ここで、 $d_k = a_k + jb_k$ 、 d_k は複素定数、 a_k 、 b_k は実定数である。この軌跡は次式の様に d_k を極座標表示することにより理解が容易になるであろう。図 5.20 に複素信号 $d_k e^{j\omega_k t}$ の軌跡の様子を示す。

$$d_k e^{j\omega_k t} = (a_k + jb_k) e^{j\omega_k t} = r_k e^{j\theta_k} e^{j\omega_k t} \quad (5.30)$$

時刻 $t=0$ 時に複素数 $d_k = a_k + jb_k = r_k e^{j\theta_k}$ の値となり、時間経過とともに半径 r_k 、角速度 ω_k で左回転（正回転、正周波数）している。複素信号を単体で考えるとき、その複素係数 ($d_k = a_k + jb_k = r_k e^{j\theta_k}$) は時刻 $t=0$ 時の値（初期値）、その角周波数 (ω_k) は回転を与える角速度と考えると理解できる。当然であるが、 $-\omega_k$ であれば右回転（負回転、負周波数）している。

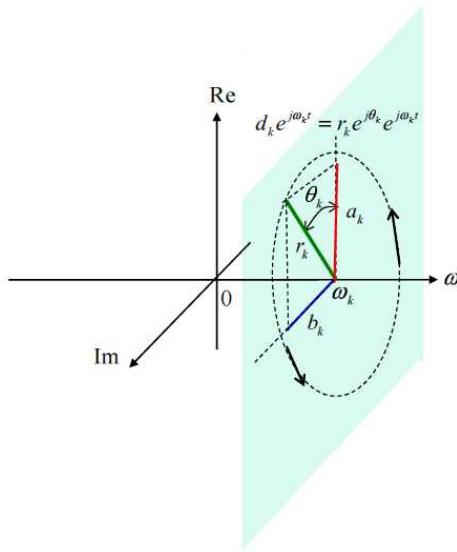


図 5.20 複素信号 $d_k e^{j\omega_k t}$ の軌跡の様子

本節の議論をまとめると、正周波数と負周波数の考えは、解析時に出てくる

複素信号の回転を与える角速度とを考えることにより理解できよう。一方、実際に存在し観測される正弦波（の和から成る）信号は、複素共役の関係にある正負回転する複素信号対で与えられる。その結果、虚数部分は相殺されて常に 0 となり、実数部分のみを振動として観測することになると考へることができる。さらにまた、実信号の動作は、それを構成する複素信号からその動作を一義的に知ることができる。

5.3.2 負周波数を考慮したミクサ動作モデル

5.1 節および 5.2 節の議論から、ミクサにおいてローカル周波数 ω_p 成分、入力周波数 ω_{IN} 成分、直流成分、および高次のミキシング成分はフィルタリングにて除去され、ミクサ出力信号電圧 $v_{MIX}(t)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} v_{MIX}(t) &= -\frac{1}{\pi} R_L g_m B (\cos((\omega_p - \omega_{IN})t) + \cos((\omega_p + \omega_{IN})t)) \\ &= -\frac{2}{\pi} R_L g_m B \cos(\omega_{IN}t) \cos(\omega_p t) \end{aligned} \quad (5.31)$$

上式において、係数 B はミクサ入力信号電圧の振幅であり、係数 $-\frac{2}{\pi} R_L g_m$ はミクサの変換利得に関するパラメータである。ここでは、周波数変換機能にのみ着目することとし、以下においてはこれらの係数値は 1 であるとして議論を進めることとする。

以上のことから、この場合、 $v_{IN}(t)$ 、 $v_p(t)$ 、 $v_{MIX}(t)$ は次式のようにあらわすことができる。

$$v_{IN}(t) = \cos(\omega_{IN}t) \quad (5.32)$$

$$v_p(t) = \cos(\omega_p t) \quad (5.33)$$

$$\begin{aligned}
v_{MIX}(t) &= \frac{1}{2} (\cos((\omega_P - \omega_{IN})t) + \cos((\omega_P + \omega_{IN})t)) \\
&= \cos(\omega_{IN}t) \cos(\omega_P t) = v_{IN}(t)v_P(t)
\end{aligned} \tag{5.34}$$

式 (5.34) から、ミクサ出力信号の時間応答 $v_{MIX}(t)$ はミクサ入力信号の時間応

答 $v_{IN}(t)$ とローカル信号の時間応答 $v_P(t)$ の積で与えることができるといえる。

この関係は、 $v_{IN}(t)$ および $v_P(t)$ を正弦波として与えた場合に導き出されたものであるが、 $v_{IN}(t)$ は周期信号であるならば任意の関数で与えた信号であってもよい。なぜならば、周期信号は正弦波の和から成るフーリエ級数で表わすことができるからである。

当然であるが、フーリエ変換公式により、ミクサ出力信号のスペクトル $V_{MIX}(\omega)$ はミクサ入力信号のスペクトル $V_{IN}(\omega)$ とローカル信号のスペクトル $V_P(\omega)$ の畳み込み積分で与えることができる。

以上の議論を踏まえ、図 5.21 にミクサの高周波回路モデルを示す。

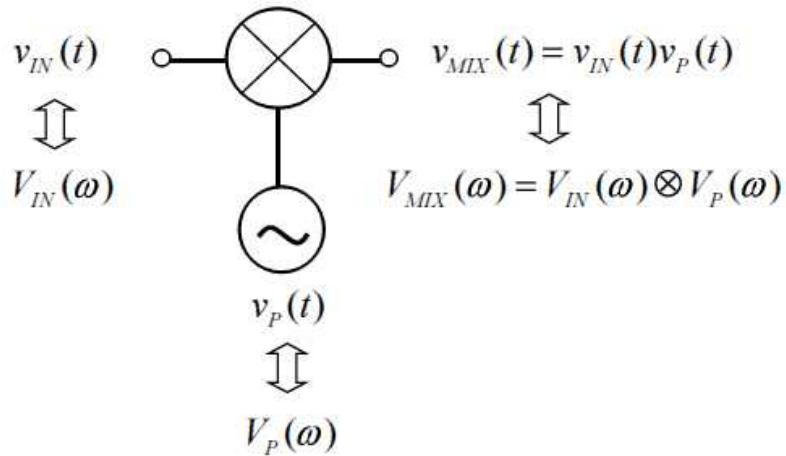


図 5.21 ミクサの高周波回路モデル

次に、オイラーの公式を用いて、式 (5.32) ~ (5.34) で与えた $v_{IN}(t)$, $v_P(t)$,

$v_{IN}(t)$ を負の周波数まで考慮した複素信号表示すると、次式が得られる。

$$v_{IN}(t) = \frac{1}{2} (e^{j\omega_{IN}t} + e^{-j\omega_{IN}t}) \quad (5.35)$$

$$v_P(t) = \frac{1}{2} (e^{j\omega_P t} + e^{-j\omega_P t}) \quad (5.36)$$

$$\begin{aligned} v_{MIX}(t) &= v_{IN}(t)v_P(t) \\ &= \frac{1}{4} (e^{j(\omega_P - \omega_{IN})t} + e^{-j(\omega_P - \omega_{IN})t} + e^{j(\omega_P + \omega_{IN})t} + e^{-j(\omega_P + \omega_{IN})t}) \end{aligned} \quad (5.37)$$

また、式 (5.32) ~ (5.34) で与えた $v_{IN}(t)$, $v_P(t)$, $v_{MIX}(t)$ をフーリエ変換し信号スペクトルを求めるとき、次式が得られる。

$$V_{IN}(\omega) = \Im(v_{IN}(t)) = \pi(\delta(\omega - \omega_{IN}) + \delta(\omega + \omega_{IN})) \quad (5.38)$$

$$V_P(\omega) = \Im(v_P(t)) = \pi(\delta(\omega - \omega_P) + \delta(\omega + \omega_P)) \quad (5.39)$$

$$\begin{aligned} V_{MIX}(\omega) &= \Im(v_{MIX}(t)) = V_{IN}(\omega) \otimes V_P(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} V_{IN}(\nu) V_P(\omega - \nu) d\nu \\ &= \frac{\pi}{2} (\delta(\omega - \omega_P + \omega_{IN}) + \delta(\omega + \omega_P - \omega_{IN}) + \delta(\omega - \omega_P - \omega_{IN}) + \delta(\omega + \omega_P + \omega_{IN})) \end{aligned} \quad (5.40)$$

ここで、 $\Im(\)$ はフーリエ変換を、記号 \otimes は畳み込み積分を示している。

付録 A の負周波数と複素信号の関係を用いることにより、ミクサ信号の時間応答 $v_{IN}(t)$, $v_P(t)$, $v_{MIX}(t)$ の複素信号軌跡は図 5.22 のように表わすことが出来る。また、図 5.23 にミクサ信号のフーリエ変換によるスペクトル $V_{IN}(\omega)$, $V_P(\omega)$, $V_{MIX}(\omega)$ を示す。なお、ここでは $\omega_{IN} \leq \omega_P$ の場合について示している。

図 5.22 と図 5.23 の比較から、両者が対応する様子がわかる。また、5.3 節で

述べたように、負の周波数は、複素信号の回転を表わす角速度であると考えることにより理解できる。

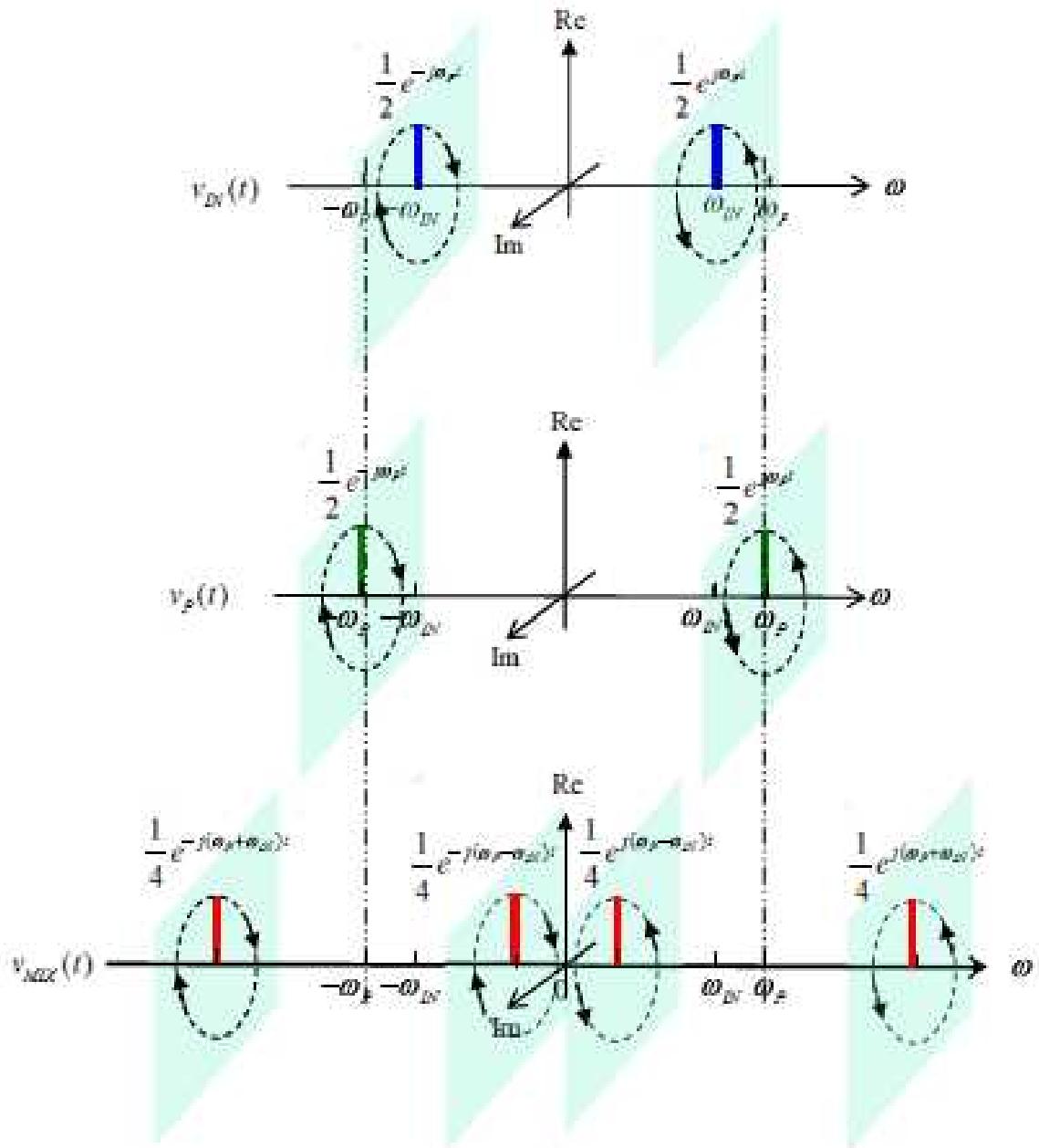


図 5.22 ミクサの $v_{IN}(t)$, $v_P(t)$, $v_{MIX}(t)$ の複素信号軌跡

$\sim v_{IN}(t) = \cos(\omega_{IN}t)$, $v_P(t) = \cos(\omega_P t)$, $\omega_{IN} \leq \omega_P$ の場合 \sim

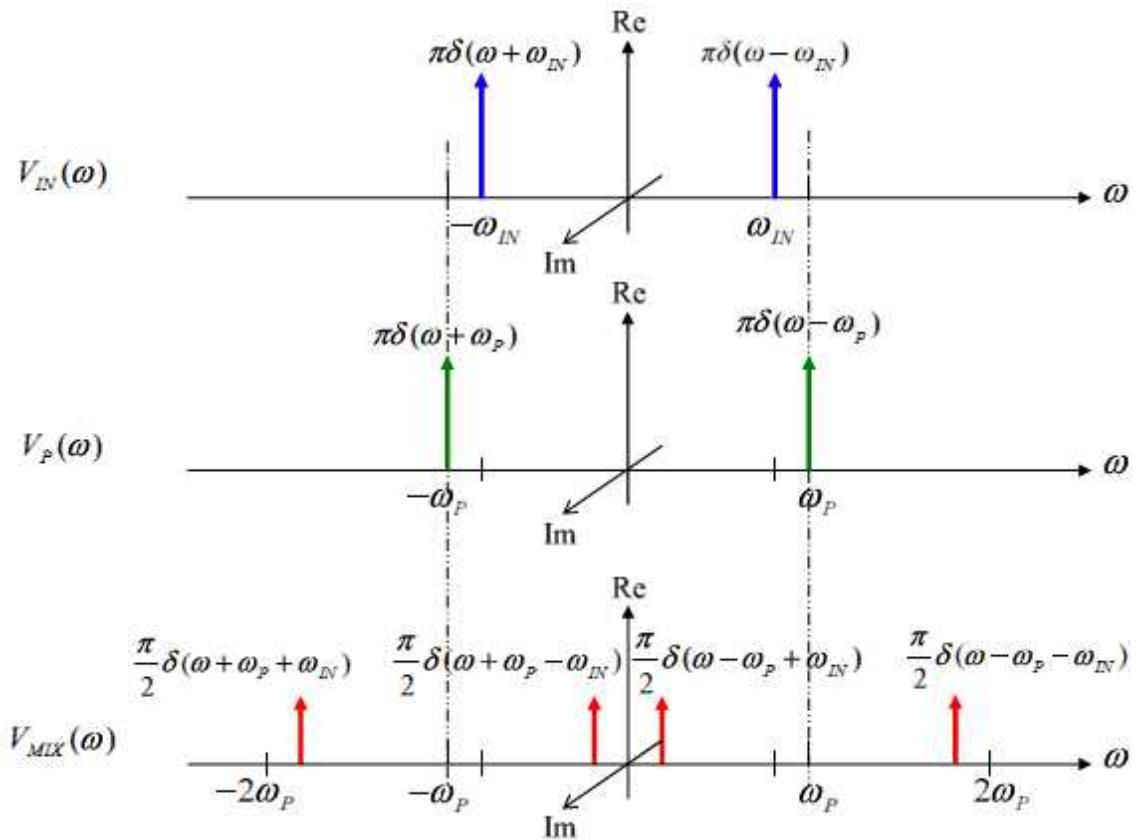


図 5.23 ミクサ信号のフーリエ変換によるスペクトル

$\sim v_{IN}(t) = \cos(\omega_{IN}t)$, $v_P(t) = \cos(\omega_P t)$, $\omega_{IN} \leq \omega_P$ の場合 \sim

他の例として、ローカル信号が $v_P(t) = \sin(\omega_P t)$ の場合について調べてみよう。

この時, $v_{IN}(t)$, $v_P(t)$, $v_{MIX}(t)$ は以下となる。

$$v_{IN}(t) = \cos(\omega_{IN}t) \quad (5.41)$$

$$v_P(t) = \sin(\omega_P t) \quad (5.42)$$

$$v_{MIX}(t) = v_{IN}(t)v_P(t) = \cos(\omega_{IN}t)\sin(\omega_P t) \quad (5.43)$$

オイラーの公式を用いて, $v_{IN}(t)$, $v_P(t)$, $v_{MIX}(t)$ を負の周波数まで考慮した複

素信号表示すると次式となる。

$$v_{IN}(t) = \frac{1}{2}(e^{j\omega_{IN}t} + e^{-j\omega_{IN}t}) \quad (5.44)$$

$$v_P(t) = \frac{1}{2}(-je^{j\omega_P t} + je^{-j\omega_P t}) \quad (5.45)$$

$$\begin{aligned} v_{MIX}(t) &= v_{IN}(t)v_P(t) \\ &= \frac{1}{4}\left(-je^{j(\omega_P - \omega_{IN})t} + je^{-j(\omega_P - \omega_{IN})t} - je^{j(\omega_P + \omega_{IN})t} + je^{-j(\omega_P + \omega_{IN})t}\right) \end{aligned} \quad (5.46)$$

また, $v_{IN}(t)$, $v_P(t)$, $v_{MIX}(t)$ をフーリエ変換することにより, スペクトル, $V_{IN}(\omega)$,

$V_P(\omega)$, $V_{MIX}(\omega)$ が次式のように得られる。

$$V_{IN}(\omega) = \Im(v_{IN}(t)) = \pi(\delta(\omega - \omega_{IN}) + \delta(\omega + \omega_{IN})) \quad (5.47)$$

$$V_P(\omega) = \Im(v_P(t)) = \pi(-j\delta(\omega - \omega_P) + j\delta(\omega + \omega_P)) \quad (5.48)$$

$$\begin{aligned} V_{MIX}(\omega) &= \Im(v_{MIX}(t)) = V_{IN}(\omega) \otimes V_P(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} V_{IN}(\nu) V_P(\omega - \nu) d\nu \\ &= \frac{\pi}{2} \left(-j\delta(\omega - \omega_P + \omega_{IN}) + j\delta(\omega + \omega_P - \omega_{IN}) - j\delta(\omega - \omega_P - \omega_{IN}) + j\delta(\omega + \omega_P + \omega_{IN}) \right) \end{aligned} \quad (5.49)$$

図 5.24 にミクサ信号の時間応答 $v_{IN}(t)$, $v_P(t)$, $v_{MIX}(t)$ の複素信号軌跡を, また, 図 5.25 にミクサ信号のフーリエ変換によるスペクトル $V_{IN}(\omega)$, $V_P(\omega)$, $V_{MIX}(\omega)$ を示す。なお, ここでは $\omega_P \leq \omega_{IN}$ の場合について示している。図 5.24 と図 5.25 の比較から, 両者が対応する様子がわかる。また, $V_{IN}(\omega)$ は $V_P(\omega)$ によって周波数変換と同時に位相変換を受け, $V_{MIX}(\omega)$ が得られることがわかる。

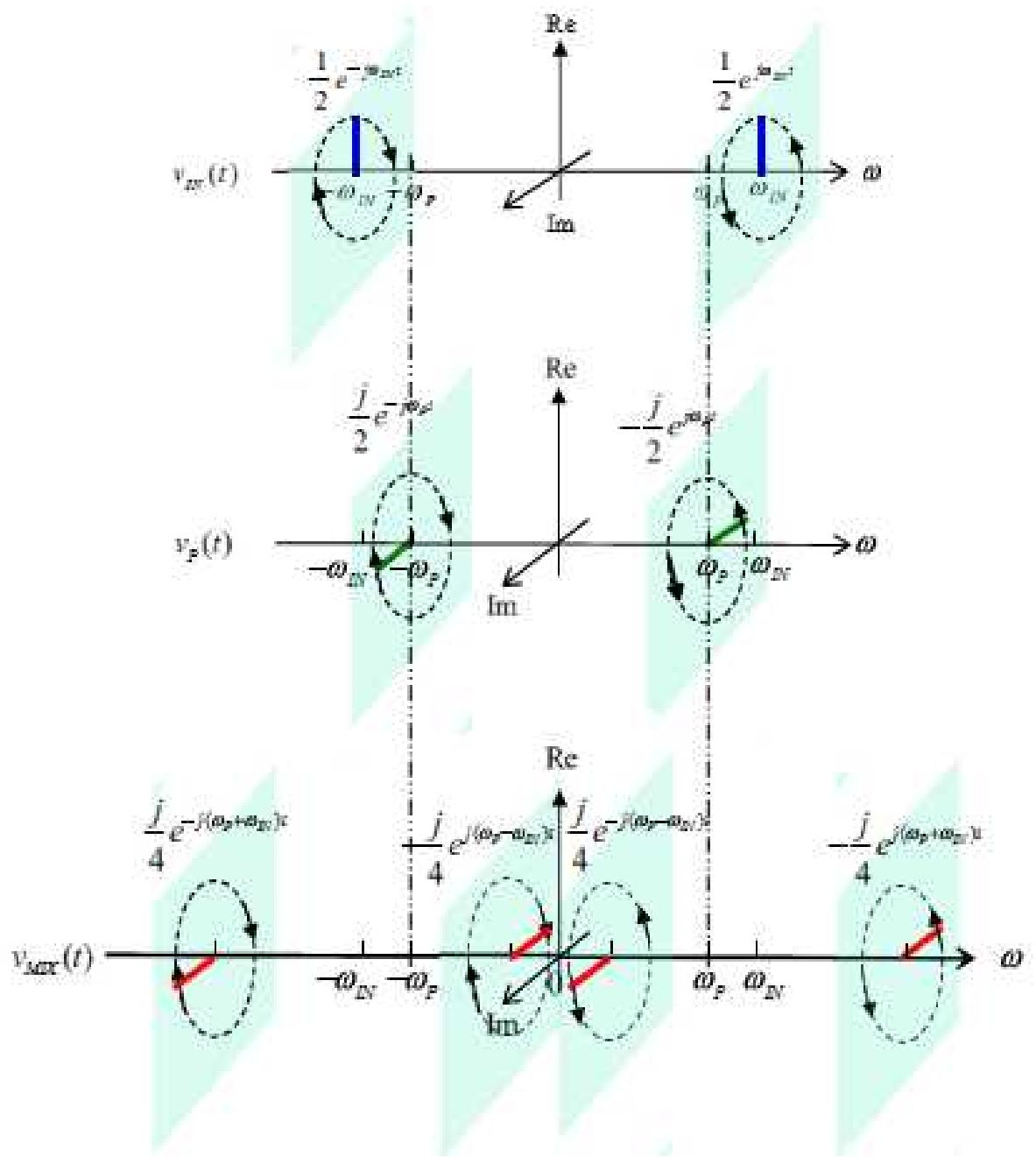


図 5.24 ミクサの $v_{IN}(t)$, $v_p(t)$, $v_{MIX}(t)$ の複素信号軌跡

$\sim v_{IN}(t) = \cos(\omega_{IN}t)$, $v_p(t) = \sin(\omega_p t)$, $\omega_p \leq \omega_{IN}$ の場合 \sim

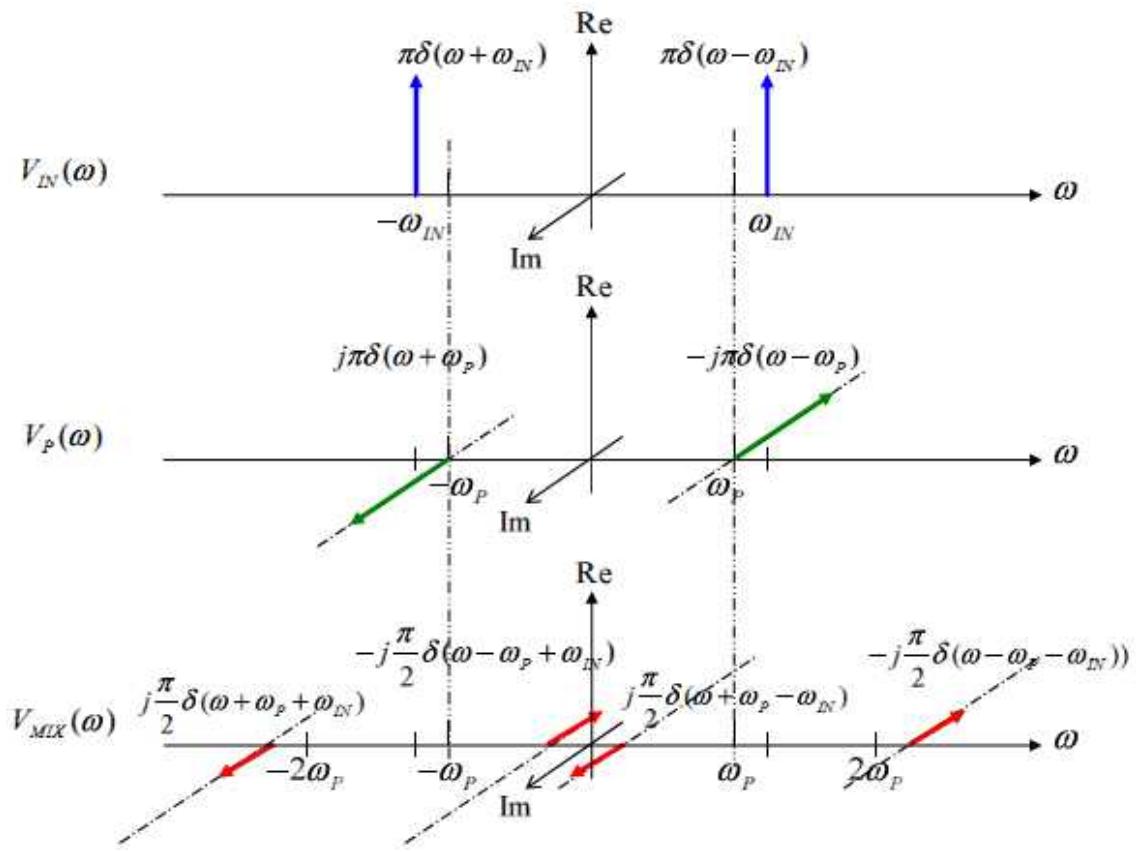


図 5.25 ミクサ信号のフーリエ変換によるスペクトル

$\sim v_{IN}(t) = \cos(\omega_{IN}t)$, $v_P(t) = \sin(\omega_P t)$, $\omega_P \leq \omega_{IN}$ の場合 \sim

5.3.3 任意の周期実信号 $f_{re}(t)$ の周波数変換

これまで、ミクサ入力信号 $v_{IN}(t)$ が正弦波の場合について述べてきたが、ここでは $v_{IN}(t)$ が一般の周期実信号 $f_{re}(t)$ (周期 $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$) の場合について述べる。

一般の周期実信号 $f_{re}(t)$ は正弦波の和で与えられ、複素共役の関係にある正負回転する複素信号対の和として表わすことができるすなわち、 $v_{IN}(t) = f_{re}(t)$ は次式のように表せる。

$$\begin{aligned}
v_{IN}(t) &= f_{re}(t) = \sum_k \left[(a_k + jb_k)e^{jk\omega_0 t} + (a_k - jb_k)e^{-jk\omega_0 t} \right] \\
&= \frac{1}{2}(f(t) + g(t)) = \frac{1}{2}(f(t) + f^*(t))
\end{aligned} \tag{5.50}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}f(t) &= \sum_k (a_k + jb_k)e^{jk\omega_0 t} \\
\frac{1}{2}g(t) &= \sum_k (a_k - jb_k)e^{-jk\omega_0 t} = \frac{1}{2}f^*(t)
\end{aligned} \tag{5.51}$$

ここで、 $f(t)$, $g(t)$ ($= f^*(t)$) をフーリエ変換して得られるスペクトル $F(\omega)$, $G(\omega)$ は次式で表せる。

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}F(\omega) &= \Im\left(\frac{1}{2}f(t)\right) = \Im\left(\sum_k (a_k + jb_k)e^{jk\omega_0 t}\right) \\
&= \sum_k (a_k + jb_k)2\pi\delta(\omega - k\omega_0)
\end{aligned} \tag{5.52}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}G(\omega) &= \Im\left(\frac{1}{2}g(t)\right) = \Im\left(\sum_k (a_k - jb_k)e^{-jk\omega_0 t}\right) \\
&= \sum_k (a_k - jb_k)2\pi\delta(\omega + k\omega_0)
\end{aligned} \tag{5.53}$$

式 (5.52), (5.53) から、

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}F(-\omega) &= \sum_k (a_k + jb_k)2\pi\delta(-\omega - k\omega_0) \\
&= \sum_k (a_k + jb_k)2\pi\delta(\omega + k\omega_0) \\
&= \left(\sum_k (a_k - jb_k)2\pi\delta(\omega + k\omega_0) \right)^* = \frac{1}{2}G^*(\omega)
\end{aligned} \tag{5.54}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}G(\omega) = \frac{1}{2}F^*(-\omega) \tag{5.55}$$

以上の関係を使って、 $v_{IN}(t) = f_{re}(t)$ をフーリエ変換して求まるスペクトル

$V_{IN}(\omega) = F_{re}(\omega)$ は次式のよう に表せる。

$$\begin{aligned} V_{IN}(\omega) &= F_{re}(\omega) = \Im\left(\frac{1}{2}(f(t) + g(t))\right) \\ &= \frac{1}{2}(F(\omega) + G(\omega)) = \frac{1}{2}(F(\omega) + F^*(-\omega)) \end{aligned} \quad (5.56)$$

図 5.26 に実信号 $v_{IN}(t) = f_{re}(t)$ の周波数スペクトル $V_{IN}(\omega) = F_{re}(\omega)$ の様子を示す。

図から、実信号のスペクトルは互いに複素共役の関係にある正周波数のスペクトル $\frac{1}{2}F(\omega)$ と負周波数のスペクトル $\frac{1}{2}G(\omega) (= \frac{1}{2}F^*(-\omega))$ とで表わすことができる。

$$\begin{aligned} V_{IN}(\omega) &= F_{re}(\omega) \\ &= \frac{1}{2}(F(\omega) + G(\omega)) = \frac{1}{2}(F(\omega) + F^*(-\omega)) \end{aligned}$$

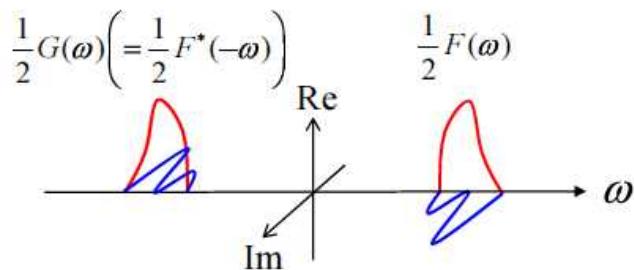


図 5.26 実信号 $v_{IN}(t) = f_{re}(t)$ の周波数スペクトル

次に、ローカル信号が $v_p(t) = \cos(\omega_p t)$ の場合について、ミキシング出力信号

$v_{MIX}(t)$ を求める。具体的には以下の場合について考える。

$$v_{IN}(t) = f_{re}(t) \quad (5.57)$$

$$v_P(t) = \cos(\omega_P t) \quad (5.58)$$

$$v_{MIX}(t) = v_{IN}(t)v_P(t) = f_{re}(t)\cos(\omega_P t) \quad (5.59)$$

$v_{IN}(t)$, $v_P(t)$, $v_{MIX}(t)$ をフーリエ変換することによりスペクトル $V_{IN}(\omega)$, $V_P(\omega)$,

$V_{MIX}(\omega)$ はそれぞれ以下のようになる。

$$V_{IN}(\omega) = F_{re}(\omega) = \frac{1}{2} (F(\omega) + F^*(-\omega)) \quad (5.60)$$

$$V_P(\omega) = \pi (\delta(\omega - \omega_P) + \delta(\omega + \omega_P)) \quad (5.61)$$

$$\begin{aligned} V_{MIX}(\omega) &= V_{IN}(\omega) \otimes V_P(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} V_{IN}(\nu) V_P(\omega - \nu) d\nu \\ &= \frac{1}{4} (F(\omega - \omega_P) + F(\omega + \omega_P) + F^*(-\omega + \omega_P) + F^*(-\omega - \omega_P)) \end{aligned} \quad (5.62)$$

$V_{IN}(\omega)$ を構成する $F(\omega)$ の帯域中心角周波数 ω_{IN} の値を変化させ, $V_{IN}(\omega)$, $V_P(\omega)$,

$V_{MIX}(\omega)$ のスペクトルを求めた。図 5.27～図 5.30 に, 各場合のスペクトルの様

子を示す。図 5.27 は $\omega_P < \omega_{IN}$ の場合, 図 5.28 は $\omega_P = \omega_{IN}$ の場合, 図 5.29 は

$\frac{\omega_P}{2} < \omega_{IN} < \omega_P$ の場合, 図 5.30 は $0 < \omega_{IN} < \frac{\omega_P}{2}$ の場合である。図 5.27～図 5.29 はダウンコンバージョンミクサに対応し, RF 帯のミクサ入力信号を IF 帯または BB 帯のミクサ出力信号に周波数変換するものである。図 5.30 はアップコンバージョンミクサに対応し, IF 帯のミクサ入力信号を RF 帯のミクサ出力信号に周波数変換するものである。2 つのミキシング出力信号が存在するが, 実際にはこのうちの 1 つをフィルタリングにより取り出して使用することになる。

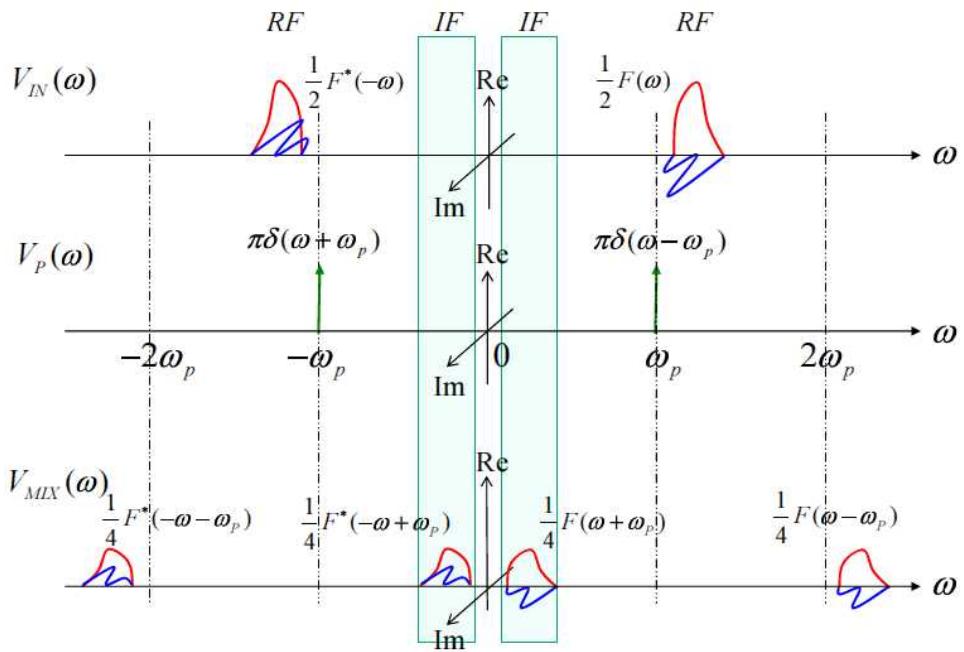


図 5.27 実信号 $f_{re}(t)$ のミキシングによる周波数変換スペクトル

$\sim v_{IN}(t) = f_{re}(t), \quad v_p(t) = \cos(\omega_p t), \quad \omega_p < \omega_{IN}$ の場合～

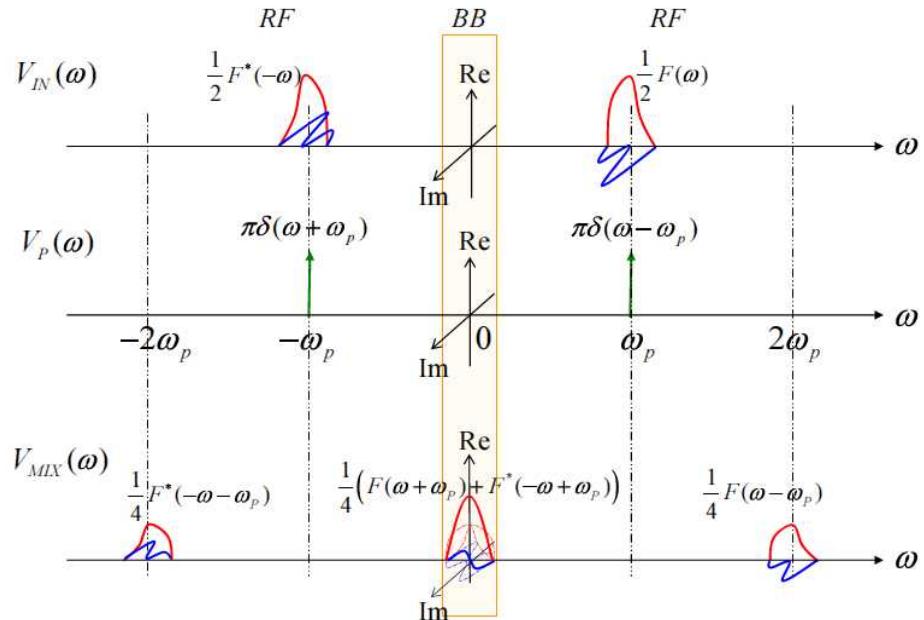


図 5.28 実信号 $f_{re}(t)$ のミキシングによる周波数変換スペクトル

$\sim v_{IN}(t) = f_{re}(t), \quad v_p(t) = \cos(\omega_p t), \quad \omega_p = \omega_{IN}$ の場合～

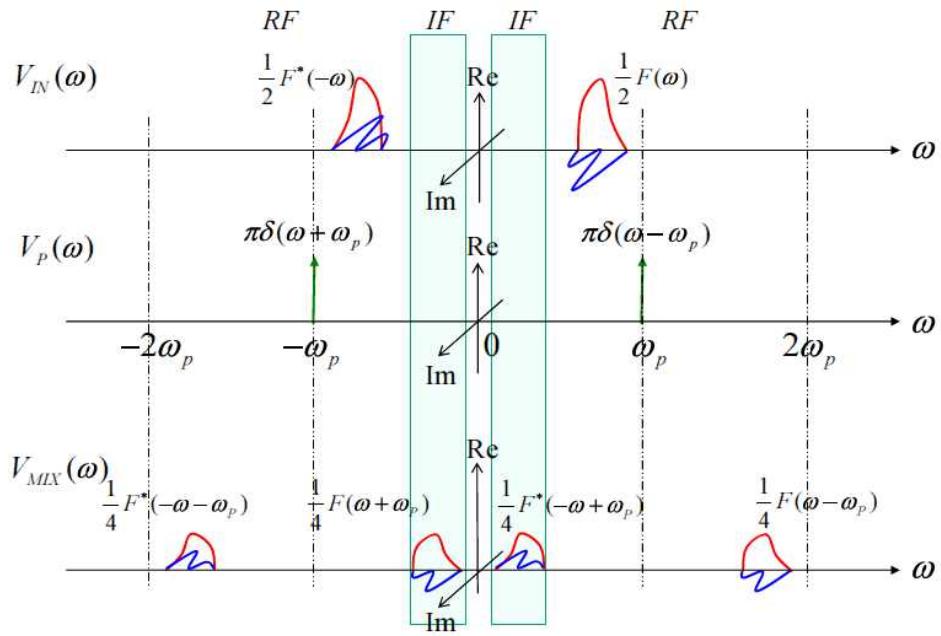


図 5.29 実信号 $f_{re}(t)$ のミキシングによる周波数変換スペクトル

$$\sim v_{IN}(t) = f_{re}(t), \quad v_p(t) = \cos(\omega_p t), \quad \frac{\omega_p}{2} < \omega_{IN} < \omega_p \text{ の場合 } \sim$$

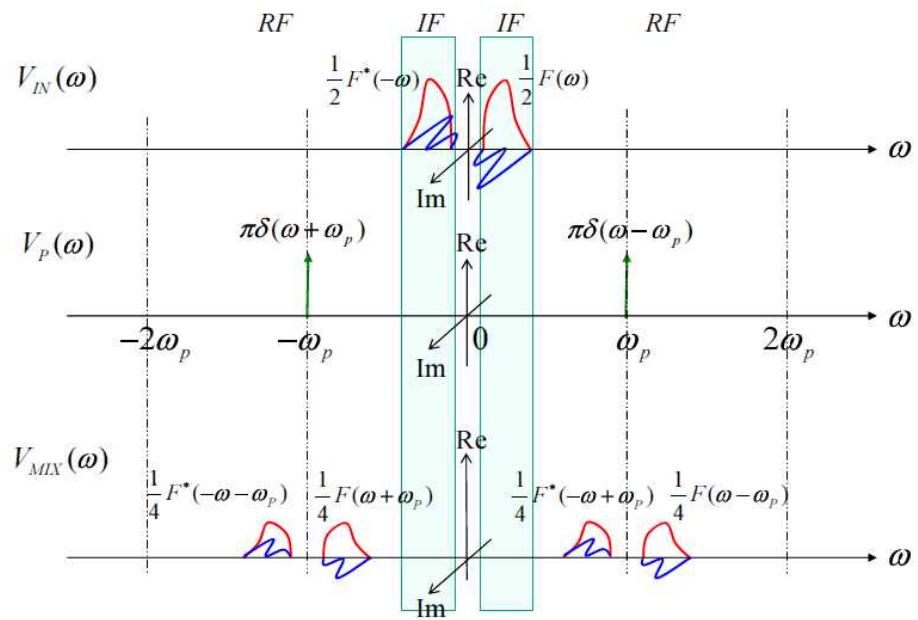


図 5.30 実信号 $f_{re}(t)$ のミキシングによる周波数変換スペクトル

$$\sim v_{IN}(t) = f_{re}(t), \quad v_p(t) = \cos(\omega_p t), \quad 0 < \omega_{IN} < \frac{\omega_p}{2} \text{ の場合 } \sim$$

5.3.4 位相遅れ/位相進みの動作モデル

送受信機の周波数変換回路を構成する際に、位相遅れ/位相進み回路とミクサとを組み合わせて用いることにより、興味深く有効な機能を生み出すことができる。ここでは、ミクサそのものではないが、ミクサと組み合わせて用いることが多い位相遅れ/位相進み回路について、その動作モデルを述べる。

図 5.31 のように、長さ L 、電気長 θ ($\theta = \frac{L}{v_s} \omega_k$; 周波数 ω_k 、伝搬速度 v_s) の無損失な線路を考える。図の左側より信号 $f(t)$ が入力される時、右側に出力される信号は、 τ ($\tau \geq 0$) だけ時間遅れをした $f(t-\tau)$ となる。なお、 $\theta = \omega_k \tau$ の関係がある。

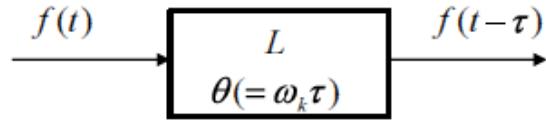


図 5.31 長さ L 、電気長 θ の線路と、信号 $f(t)$ 、 $f(t-\tau)$

ここで、信号 $f(t)$ が複素信号で、例えば、 $f(t) = e^{j\omega_k t}$ ($\omega_k \geq 0$) の場合について考える。この時、出力信号は τ だけ時間遅れをした $f(t-\tau)$ となり、次式で与えられる。

$$f(t-\tau) = e^{j\omega_k(t-\tau)} = e^{j\omega_k t} e^{-j\theta} \quad (5.63)$$

図 5.32 に $f(t) = e^{j\omega_k t}$ および $f(t-\tau) = e^{j\omega_k t} e^{-j\theta}$ の複素信号軌跡を示す。図から、 $f(t-\tau)$ は $f(t)$ に対して位相が $\theta = \omega_k \tau$ だけ右回転（負の方向に回転）している。このことは、正周波数（左回転、正回転）の複素信号の場合、電気長 θ の線路により $\theta = \omega_k \tau$ だけ位相が右回転（負の方向に回転）しており θ の位相遅れが生じ

ていると言うことができる。

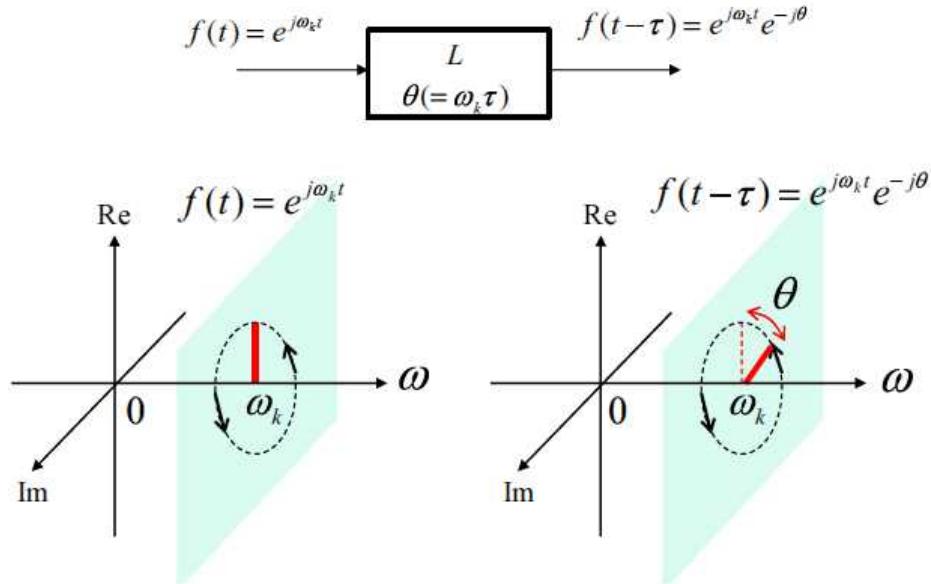


図 5.32 長さ L の遅延線路と正の周波数の複素信号 $f(t) = e^{j\omega_k t}$

これに対し、 $f(t)$ が負の周波数の複素信号であり、 $f(t) = e^{-j\omega_k t}$ ($\omega_k \geq 0$) の時はどのようになるのであろうか。この時も出力信号は τ だけ時間遅れをした $f(t - \tau)$ となり、次式で与えられる。

$$f(t - \tau) = e^{-j\omega_k(t - \tau)} = e^{-j\omega_k t} e^{j\theta} \quad (5.64)$$

図 5.33 に $f(t) = e^{-j\omega_k t}$ および $f(t - \tau) = e^{-j\omega_k t} e^{j\theta}$ の複素信号軌跡を示す。図から、 $f(t - \tau)$ は $f(t)$ に対して位相が $\theta = \omega_k \tau$ だけ左回転（正の方向に回転）している。このことは、負周波数（右回転、負回転）の複素信号の場合、電気長 θ の線路により $\theta = \omega_k \tau$ だけ位相が左回転（正の方向に回転）しており、正周波数に対する図 5.32 と逆の位相回転の動きをしている。しかし逆にこのことは、負周波数にとって θ の位相遅れが生じていることを意味していると言える。

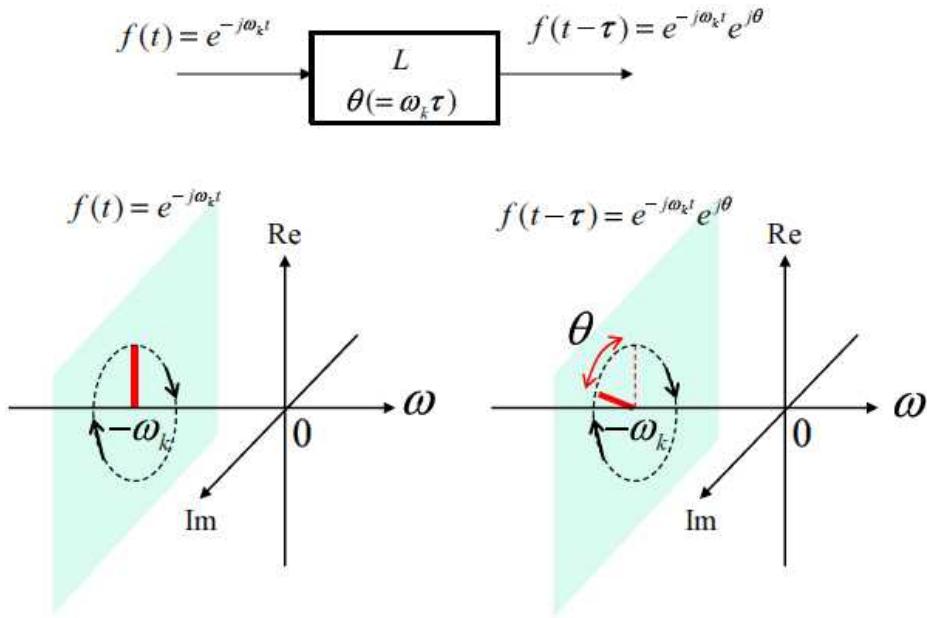


図 5.33 長さ L の線路と負の周波数の複素信号 $f(t) = e^{-j\omega_k t}$

ここで、正弦波信号 $f(t) = \cos(\omega_k t)$ が、長さ L 、電気長 $\theta (= \omega_k \tau)$ の線路を伝搬する場合について考える。入力信号 $f(t)$ 、出力信号 $f(t - \tau)$ は複素信号を用いて次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} f(t) = \cos(\omega_k t) &= \frac{1}{2} e^{j\omega_k t} + \frac{1}{2} e^{-j\omega_k t} \\ f(t - \tau) = \cos(\omega_k(t - \tau)) &= \cos(\omega_k t - \theta) = \frac{1}{2} e^{j\omega_k t} e^{-j\theta} + \frac{1}{2} e^{-j\omega_k t} e^{j\theta} \end{aligned} \right\} \quad (5.65)$$

図 5.34 に $f(t) = \cos(\omega_k t)$ および $f(t - \tau) = \cos(\omega_k t - \theta)$ の複素信号軌跡を示す。

$f(t) = \cos(\omega_k t)$ は互いに複素共役な正負周波数の複素信号対であり、電気長 $\theta (= \omega_k \tau)$ の線路を伝搬した出力信号 $f(t - \tau) = \cos(\omega_k t - \theta)$ は、正負それぞれの複素信号に対して、 θ の位相遅れが生じたものとして表わせることがわかる。

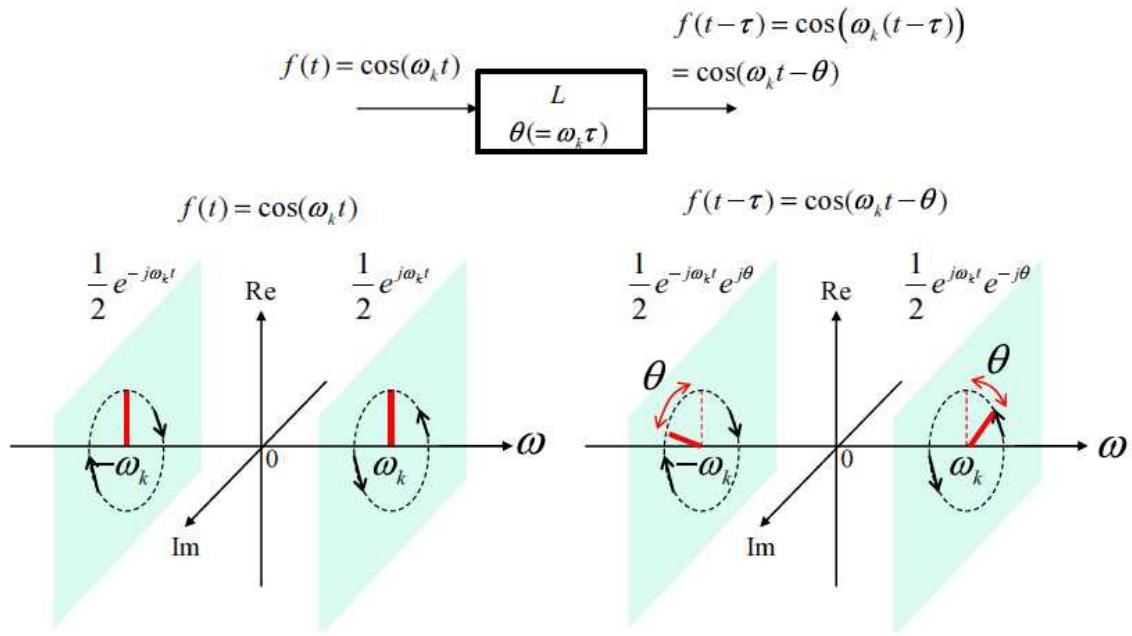


図 5.34 長さ L の線路と正弦波信号 $f(t) = \cos(\omega_k t)$

次に、図 5.35 に示す様に、マイナスの長さ $-L$ ($L \geq 0$)、マイナスの電気長 $-\theta$ ($\theta \geq 0$) の無損失な線路を考える。これは、もともと存在した線路の長さを L 、電気長を θ だけ短くしたのだと理解される。この場合、図の左側より信号 $f(t)$ が入力される時、右側に出力される信号は、 τ ($\tau \geq 0$) だけ時間進みをした $f(t + \tau)$ となる。なお、この場合も $\theta = \omega_k \tau$ の関係がある。

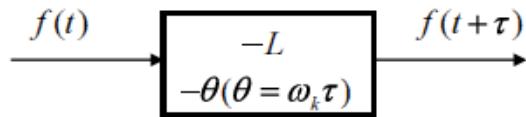


図 5.35 長さ $-L$ 、電気長 $-\theta$ の線路と、信号 $f(t)$ 、 $f(t + \tau)$

ここで、信号 $f(t)$ が $f(t) = e^{j\omega_k t}$ の複素信号の場合を考える。この時 τ だけ時間進みをした出力信号 $f(t + \tau)$ は次式のようになる。

$$f(t + \tau) = e^{j\omega_k(t + \tau)} = e^{j\omega_k t} e^{j\theta} \quad (5.66)$$

図 5.36 に $f(t) = e^{j\omega_k t}$ および $f(t + \tau) = e^{j\omega_k t} e^{j\theta}$ の複素信号軌跡を示す。図から、

$f(t + \tau)$ は $f(t)$ に対して位相が $\theta = \omega_k \tau$ だけ左回転している。このことは、正周波数（左回転、正回転）の複素信号の場合、電気長 $-L$ の線路により $\theta = \omega_k \tau$ だけ位相が左回転（正の方向に回転）しており θ の位相進みが生じていると言うことができる。

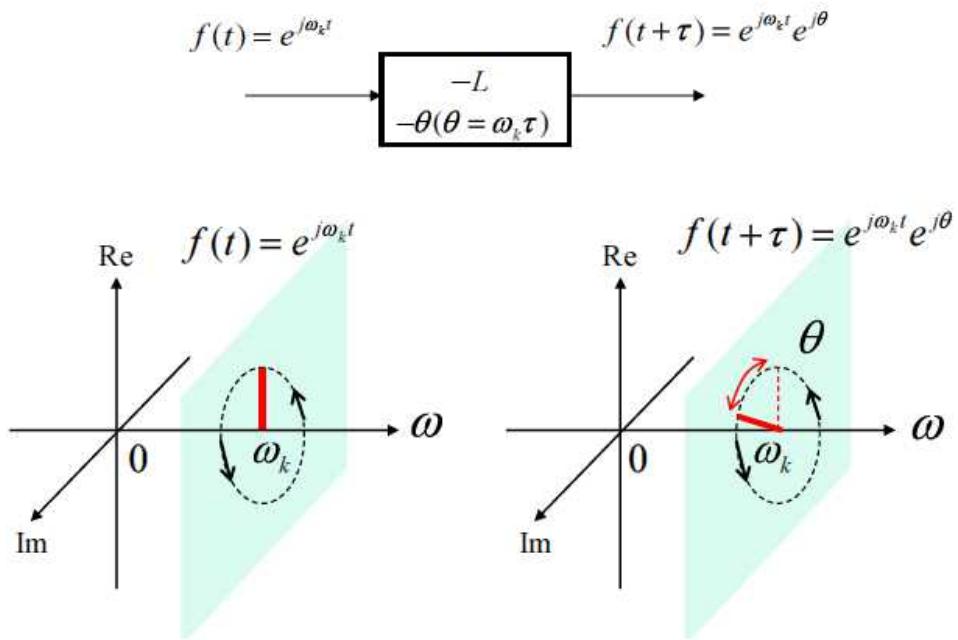


図 5.36 長さ $-L$ の線路と正の周波数の複素信号 $f(t) = e^{j\omega_k t}$

これに対し、 $f(t)$ が負の周波数の複素信号であり、 $f(t) = e^{-j\omega_k t}$ ($\omega_k \geq 0$) の時はどのようになるのであろうか。この時も出力信号は τ だけ時間進みをし、 $f(t + \tau)$ となり次式で与えられる。

$$f(t + \tau) = e^{-j\omega_k(t+\tau)} = e^{-j\omega_k t} e^{-j\theta} \quad (5.67)$$

図 5.37 に $f(t) = e^{-j\omega_k t}$ および $f(t + \tau) = e^{-j\omega_k t} e^{-j\theta}$ の複素信号軌跡を示す。図から、

$f(t+\tau)$ は $f(t)$ に対して位相が $\theta = \omega_k \tau$ だけ右回転（負の方向に回転）している。

このことは、負周波数（右回転、負回転）の複素信号の場合、電気長 $-\theta$ の線路により $\theta = \omega_k \tau$ だけ位相が右回転（負の方向に回転）しており、正周波数に対する図 5.36 と逆の回転の動きをしている。しかしこのことは、負周波数にとって θ の位相進みが生じていると言うことができる。

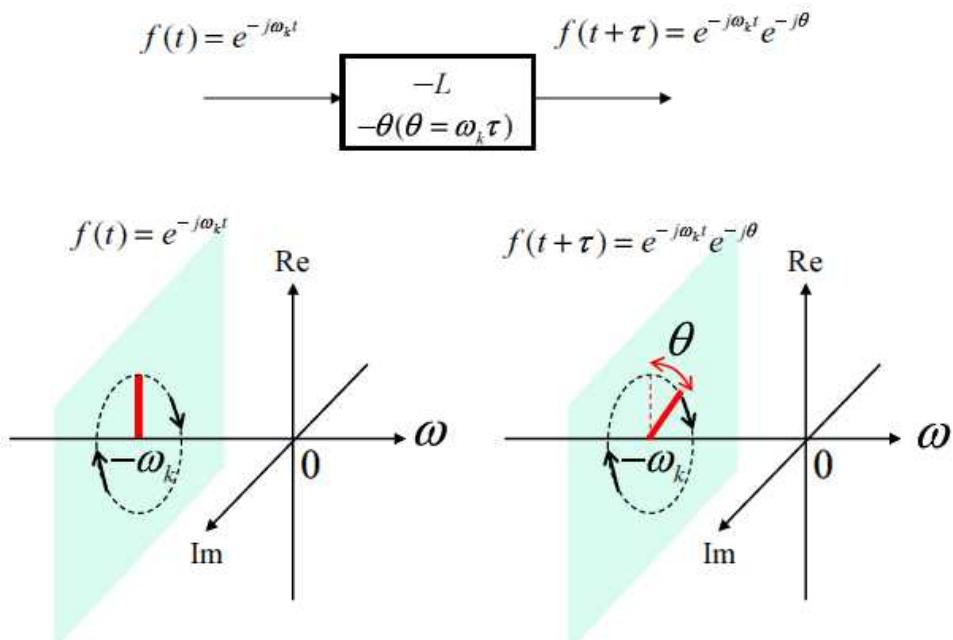


図 5.37 長さ $-L$ の遅延線路と負の周波数の複素信号 $f(t) = e^{-j\omega_k t}$

以上の議論において、同じ θ を用いて表わしているが、電気長と位相遅れ/位相進みは異なる概念のものであり、両者は区別して用いる必要がある。例えば、電気長 θ の線路により、 θ の位相遅れが生じ、電気長 $-\theta$ の線路により、 θ の位相進みが生じる。

物理的な長さを意味する電気長 θ を用い、その電気長がマイナスであると言うことはイメージしにくい感もある。これを避けるため、単に位相遅れ/位相進みを問題とする場合には、電気長の文言（あるいは概念）は用いず、はじめから位相遅れ θ を生む回路、あるいは、位相進み θ を生む回路とするのが良いと考える（これまでの議論で、位相遅れ/位相進みの意味は明確である）。

なおここでは、位相遅れ/進みは、長さ L (電気長 θ) あるいは長さ $-L$ (電気長

$-\theta$) の線路により得られるとしたが、位相遅れ/進みは、図 5.38 に示すような集中定数回路で実現することもできる。また特に、 90° の位相差は 90° ハイブリッドを用いて実現することもできる。結合線路を用いたハイブリッドでは、 90° の位相差を広帯域に渡り実現できる特長を有している。

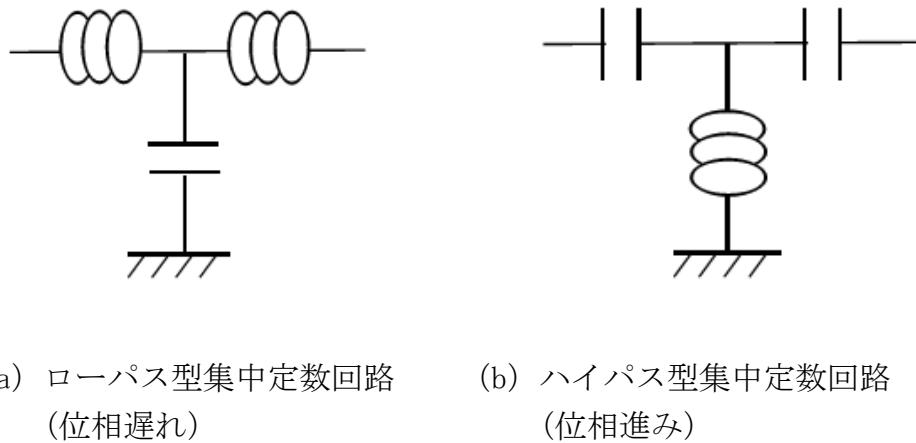


図 5.38 位相遅れ/位相進みを実現する集中定数回路

5.4 ヘテロダイン周波数変換

ヘテロダイン周波数変換は、ミクサ入力信号の周波数とローカル信号の周波数とが異なる（ヘテロ）ものを使ってミキシングし、これら 2 つと異なる周波数のミクサ出力信号を得る周波数変換と言える。ヘテロダイン周波数変換は受信機、送信機いずれにも使われるが、ここではまず、受信機に適用したヘテロダイン受信について述べる。

ヘテロダイン受信は、ミクサ入力信号を周波数 ω_{RF} の RF 帯（マイクロ波周波数帯）の信号とし、これを周波数 ω_p のローカル信号とミキシングして、IF 帯（中間周波数帯）のミクサ出力信号に周波数変換し、それを検波して信号検出を行う受信方式である。初期のアナログ無線通信の場合には、IF 帯信号を単純に検波することにより信号が検出されたが、現在のデジタル無線通信では、IF 帯信号は、さらに、後述する直交変調器により BB 帯（ベースバンド周波数帯）の I, Q 直交信号に変換され、その後デジタル信号処理により信号情報が検出される。

図 5.39 に音声通信のような狭帯域通信の場合の信号スペクトルの様子を模式

的に示す。図中、 $\Delta\omega_s$ は同一規格で動作する通信システムの周波数帯域であり、 $\Delta\omega_c$ は自チャネル信号の周波数帯域である。

無線通信の受信機では、自分の通信しているチャネルの信号（自チャネル信号）以外は干渉波となるので、フィルタリングによりこれらを抑圧、除去する必要がある。RF 帯の信号群の中からフィルタリングにより干渉波を十分に抑圧して自チャネル信号を取り出すには Q 値が大きなフィルタが必要となり、フィルタ構成のための負担（寸法、重量、コスト）が大きくなる問題がある。この問題を軽減する方策として、ヘテロダイイン受信は有効である。

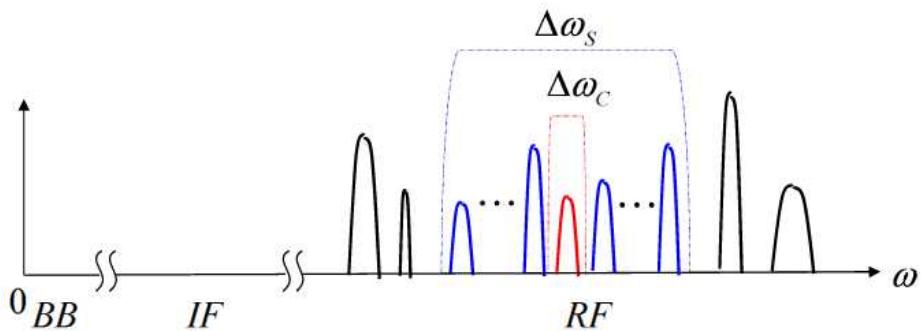


図 5.39 狹帯域無線通信における信号スペクトルの様子

図 5.40 にデジタル無線通信におけるヘテロダイイン受信の回路構成を示す。ヘテロダイイン受信ではフィルタリングと周波数変換を 2 度に分けて行う。RF 帯のシステム帯域（帯域幅 $\Delta\omega_s$ ）は第 1 のフィルタ BPF と第 1 の周波数変換（ローカル周波数 ω_{p1} ）と第 2 のフィルタ LPF1 により IF 帯に変換される（システム帯域選択）。次に、第 2 の周波数変換（ローカル周波数 ω_{p2} ）と第 3 のフィルタ LPF2 により IF 帯のシステム帯域の中から、自チャネル信号のみが選択され、BB 帯の I, Q 直交信号に変換される（チャネル選択）。

フィルタの Q 値は近似的に $Q \approx \frac{\omega_0}{\Delta\omega_{3dB}}$ (ω_0 は中心周波数、 $\Delta\omega_{3dB}$ は 3dB 帯域幅) で表せるので、Q 値の小さなフィルタとするには、 ω_0 を小さくするか、 $\Delta\omega_{3dB}$ を大きくすれば良い。ヘテロダイイン受信方式とすることによりフィルタの Q 値を

小さくすることが可能となる。例えば、以前の 900MHz 帯 GMS 携帯電話システムでは、システム帯域幅 $\Delta\omega_s = 25MHz$ 、チャネル帯域幅 $\Delta\omega_c = 200KHz$ である。この時、帯域 $\Delta\omega_c$ のチャネル信号を直接 BB 帯信号に変換するのに比べ、システム帯域 $\Delta\omega_s$ 全体をいったん IF 帯に変換するヘテロダイン受信方式とすることにより、RF 帯フィルタ BPF の Q 値を 10^2 のオーダで小さくすることができる。

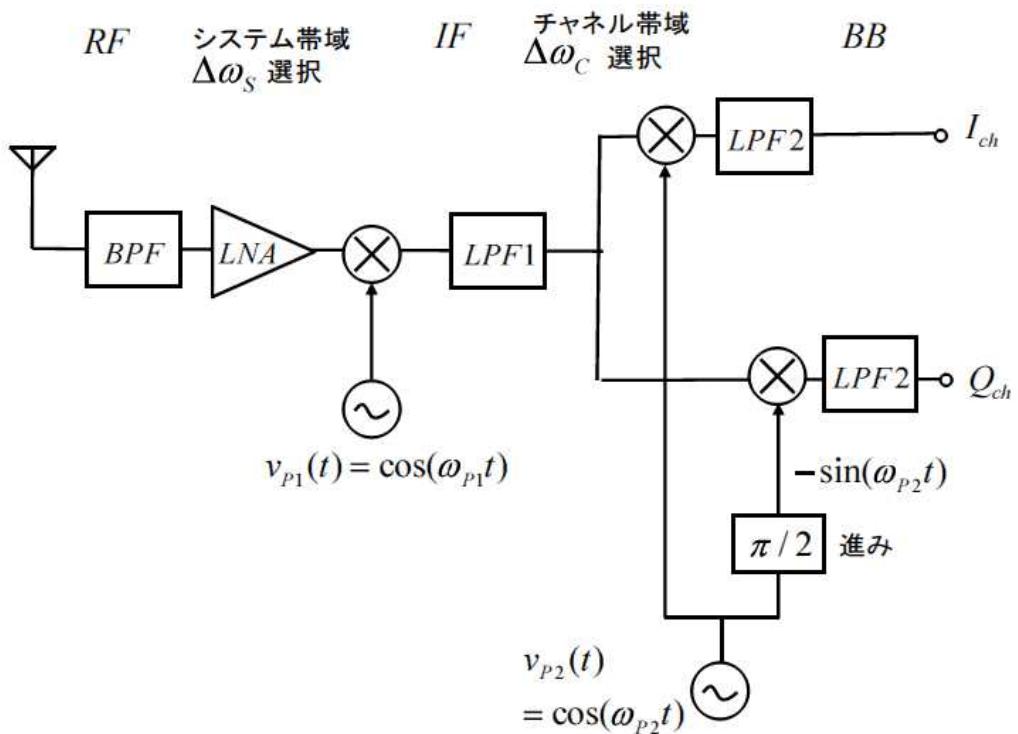


図 5.40 ヘテロダイン受信の回路構成

ヘテロダイン受信方式の主な欠点として、図 5.41 に示すようにイメージ周波数帯の信号が受信信号とともに同じ IF 帯に周波数変換され、干渉波として作用する問題がある。なお、図は負の周波数を考慮した複素信号（ここでは虚数成分は省略している）を用いて示している。イメージ周波数帯の干渉波を抑圧する方法の一つは、RF 帯フィルタ BPF にイメージ周波数帯の信号を抑圧する機能を持たせることがある。他の一つとして、後述するイメージリジェクション周波数変換回路を用いることがある。

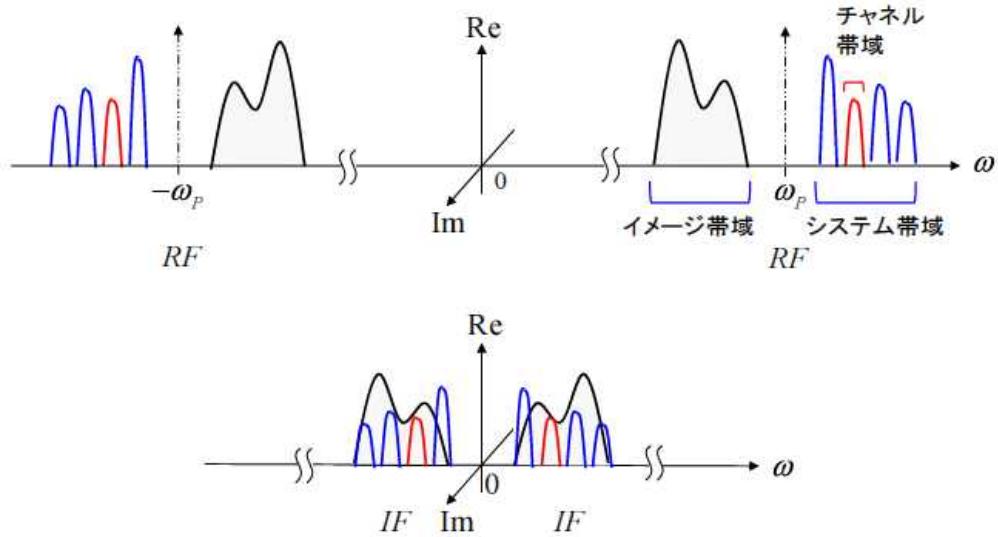


図 5.41 ヘテロダイイン受信におけるイメージ周波数帯信号による干渉

5.5 イメージリジェクション周波数変換

図 5.42 にイメージリジェクション周波数変換を用いた受信回路の構成モデルを示す。イメージリジェクション性能は、図中の 3 個の位相回路の位相量 θ_I , θ_P , θ_R の組み合わせで実現される。入力 RF 信号（スペクトル $RF(\omega)$ ）には、通信信号（スペクトル $F(\omega) + F^*(-\omega)$ ）とイメージ信号（スペクトル $G(\omega) + G^*(-\omega)$ ）が含まれている。ローカル信号は $v_p(t) = \cos(\omega_p t)$ （スペクトル $V_p(\omega) = \pi(\delta(\omega - \omega_p) + \delta(\omega + \omega_p))$ ）とする。IF 信号のスペクトル $IF(\omega)$ を与える式を導出し、そこで、イメージ信号がキャンセルアウトされる位相 θ_I , θ_P , θ_R の条件を求める。なお、 θ_I , θ_P , θ_R は位相進みの値をプラスで示すものとする（マイナスの値で位相遅れを示す）。

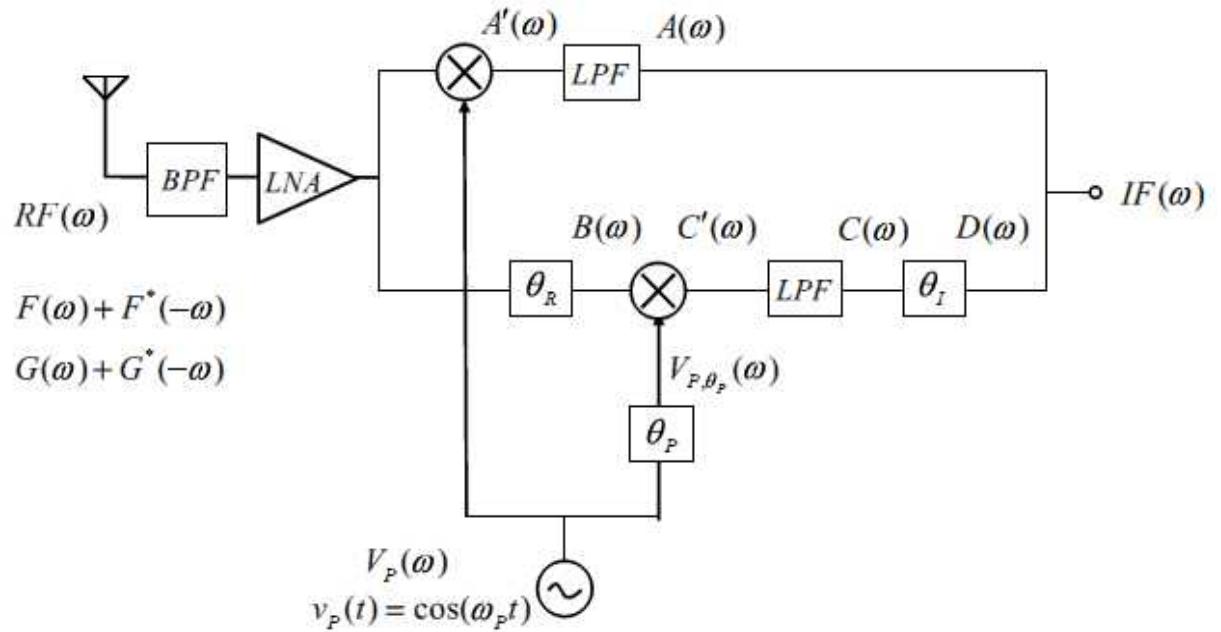


図 5.42 イメージリジェクション周波数変換を用いた受信回路

ここではまず図 5.43 に示すように、通信信号が上側波帶、すなわち、入力 RF 信号 $F(\omega)$ の周波数 ω_{RF} がローカル信号 $V_p(\omega)$ の周波数 ω_p に対して $\omega_p < \omega_{RF}$ の場合について検討する。

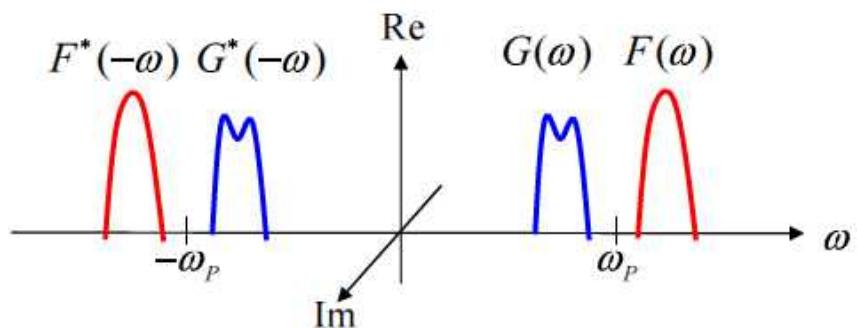


図 5.43 入力 RF 信号 $F(\omega)$ とイメージ信号 $G(\omega)$ とローカル信号周波数 ω_p

$\sim \omega_p < \omega_{RF}$ (上側波帶) の場合～

図 5.42 中に示した各点の信号スペクトルはそれぞれ以下で与えられる。

$$RF(\omega) = F(\omega) + F^*(-\omega) + G(\omega) + G^*(-\omega) \quad (5.68)$$

$$V_p(\omega) = \pi (\delta(\omega - \omega_p) + \delta(\omega + \omega_p)) \quad (5.69)$$

$$V_{P,\theta_p}(\omega) = \pi (\delta(\omega - \omega_p)e^{j\theta_p} + \delta(\omega + \omega_p)e^{-j\theta_p}) \quad (5.70)$$

$$\begin{aligned} A'(\omega) &= RF(\omega) \otimes V_p(\omega) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ F(\omega - \omega_p) + F^*(-\omega + \omega_p) + G(\omega - \omega_p) + G^*(-\omega + \omega_p) \right\} \\ &\quad + \frac{1}{2} \left\{ F(\omega + \omega_p) + F^*(-\omega - \omega_p) + G(\omega + \omega_p) + G^*(-\omega - \omega_p) \right\} \end{aligned} \quad (5.72)$$

$$A(\omega) = \frac{1}{2} \left\{ F(\omega + \omega_p) + F^*(-\omega + \omega_p) + G(\omega + \omega_p) + G^*(-\omega + \omega_p) \right\} \quad (5.72)$$

$$B(\omega) = F(\omega)e^{j\theta_R} + F^*(-\omega)e^{-j\theta_R} + G(\omega)e^{j\theta_R} + G^*(-\omega)e^{-j\theta_R} \quad (5.73)$$

$$\begin{aligned} C'(\omega) &= B(\omega) \otimes V_{P,\theta_p}(\omega) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ F(\omega - \omega_p)e^{j\theta_R} + F^*(-\omega + \omega_p)e^{-j\theta_R} + G(\omega - \omega_p)e^{j\theta_R} + G^*(-\omega + \omega_p)e^{-j\theta_R} \right\} e^{j\theta_p} \\ &\quad + \frac{1}{2} \left\{ F(\omega + \omega_p)e^{j\theta_R} + F^*(-\omega - \omega_p)e^{-j\theta_R} + G(\omega + \omega_p)e^{j\theta_R} + G^*(-\omega - \omega_p)e^{-j\theta_R} \right\} e^{-j\theta_p} \end{aligned} \quad (5.74)$$

$$\begin{aligned} C(\omega) &= \frac{1}{2} \left\{ F^*(-\omega + \omega_p)e^{-j\theta_R} + G^*(-\omega + \omega_p)e^{-j\theta_R} \right\} e^{j\theta_p} \\ &\quad + \frac{1}{2} \left\{ F(\omega + \omega_p)e^{j\theta_R} + G(\omega + \omega_p)e^{j\theta_R} \right\} e^{-j\theta_p} \end{aligned} \quad (5.75)$$

$$D(\omega) = \frac{1}{2} F^*(-\omega + \omega_p) e^{-j\theta_R} e^{j\theta_P} e^{-j\theta_I} + \frac{1}{2} G^*(-\omega + \omega_p) e^{-j\theta_R} e^{j\theta_P} e^{j\theta_I} \\ + \frac{1}{2} F(\omega + \omega_p) e^{j\theta_R} e^{-j\theta_P} e^{j\theta_I} + \frac{1}{2} G(\omega + \omega_p) e^{j\theta_R} e^{-j\theta_P} e^{-j\theta_I} \quad (5.76)$$

$$IF(\omega) = A(\omega) + D(\omega) \\ = \frac{1}{2} F(\omega + \omega_p)(1 + e^{j(\theta_R - \theta_P + \theta_I)}) + \frac{1}{2} F^*(-\omega + \omega_p)(1 + e^{-j(\theta_R - \theta_P + \theta_I)}) \\ + \frac{1}{2} G(\omega + \omega_p)(1 + e^{j(\theta_R - \theta_P - \theta_I)}) + \frac{1}{2} G^*(-\omega + \omega_p)(1 + e^{-j(\theta_R - \theta_P - \theta_I)}) \quad (5.77)$$

式 (5.77) で与えられる $IF(\omega)$ において、イメージ信号成分 ($G(\cdot)$, $G^*(\cdot)$) が除去され、通信信号成分 ($F(\cdot)$, $F^*(\cdot)$) が最大化される θ_I , θ_P , θ_R の条件は次式で与えられる。

$$\left. \begin{array}{l} \theta_I - (\theta_P - \theta_R) = 2m\pi \\ \theta_I + (\theta_P - \theta_R) = (2n+1)\pi \end{array} \right\} \quad (5.78)$$

$(m, n \text{ は整数})$

ここで、 θ_I , θ_P , θ_R の取り得る値が $0, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}$ の場合、以下のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} \theta_I = \frac{\pi}{2} \\ \theta_P - \theta_R = \frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \quad \text{または} \quad \left. \begin{array}{l} \theta_I = -\frac{\pi}{2} \\ \theta_P - \theta_R = -\frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \quad (5.79)$$

この時、 $IF(\omega)$ はイメージ成分を含まない次式で与えられる。

$$IF(\omega) = F(\omega + \omega_p) + F^*(-\omega + \omega_p) \quad (5.80)$$

一方，通信信号が下側波帶，すなわち， $F(\omega)$ の周波数 ω_{RF} が $V_p(\omega)$ の周波数 ω_p に対して $\omega_{RF} < \omega_p$ の場合はどのようになるのだろうか。これは，前述の上側波帶の場合の導出過程において，通信信号を $G(\omega) + G^*(-\omega)$ ，イメージ信号を $F(\omega) + F^*(-\omega)$ と読み替えればよい。 θ_I ， θ_P ， θ_R の取り得る値が $0, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}$ の場合，次式の条件が得られる。

$$\left. \begin{array}{l} \theta_I = \frac{\pi}{2} \\ \theta_P - \theta_R = -\frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \quad \text{または} \quad \left. \begin{array}{l} \theta_I = -\frac{\pi}{2} \\ \theta_P - \theta_R = \frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \quad (5.81)$$

例として， $\omega_p < \omega_{RF}$ （上側波帶）， $\theta_I = -\frac{\pi}{2}$ ， $\theta_P = -\frac{\pi}{2}$ ， $\theta_R = 0$ の場合を取り上げ，図 5.44 にイメージリジエクション動作の各点の信号スペクトルの様子を示す。なおここでは $F(\omega)$ ($F^*(-\omega)$) および $G(\omega)$ ($G^*(-\omega)$) の複素信号の虚数成分は無視して示している。上側波帶にある通信信号 $F(\omega) + F^*(-\omega)$ が IF 帯（実）信号 $F(\omega + \omega_p) + F^*(-\omega + \omega_p)$ に変換され，下側波帶にあるイメージ信号 $G(\omega) + G^*(-\omega)$ はキャンセルアウトされる様子がわかる。

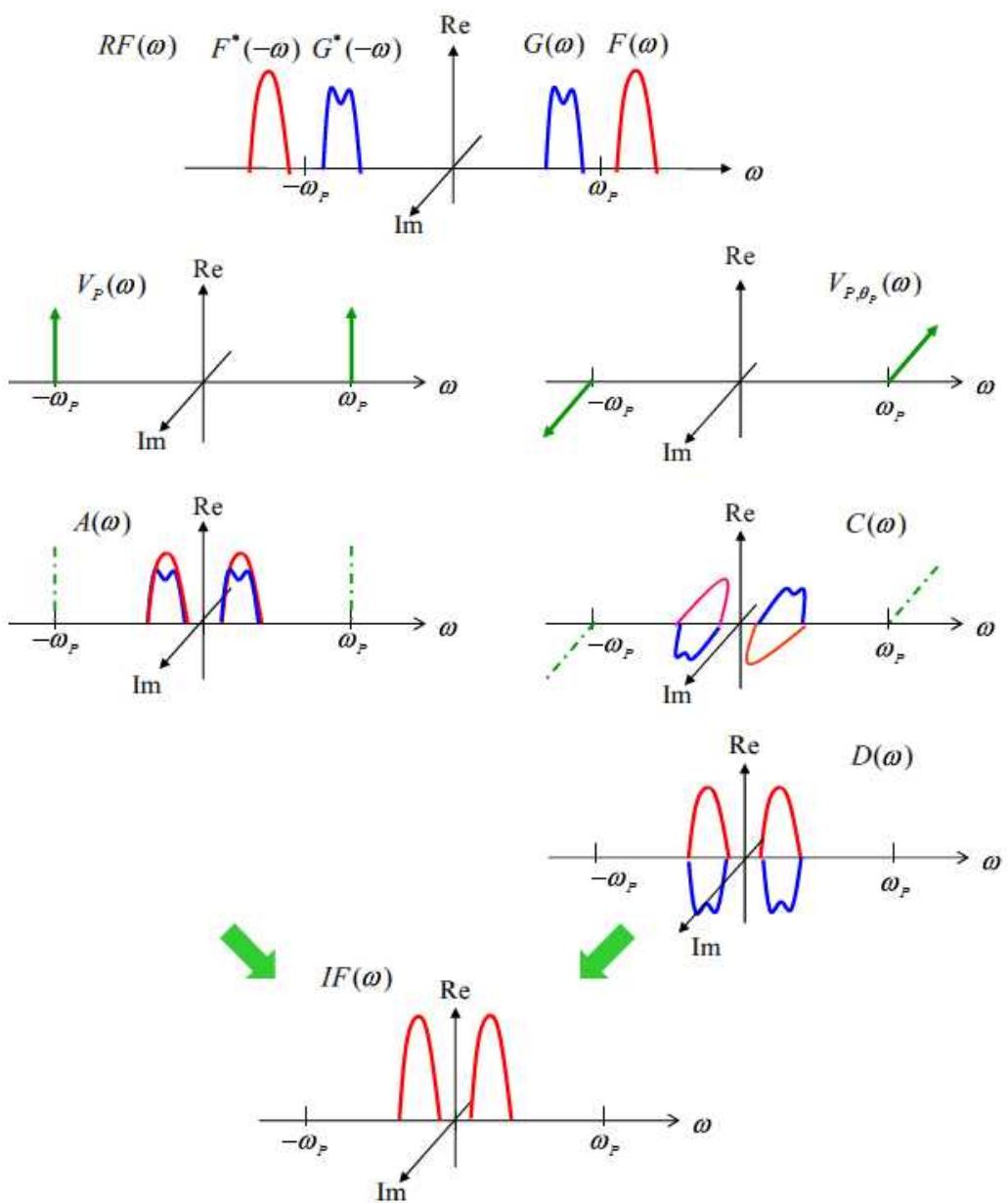


図 5.44 イメージリジェクション受信動作の各点の信号スペクトル

$$\sim \omega_p < \omega_{RF}, \quad \theta_I = -\frac{\pi}{2}, \quad \theta_P = -\frac{\pi}{2}, \quad \theta_R = 0 \text{ の場合 } \sim$$

イメージリジェクション周波数変換の考えは送信回路に適用することもできる。入力 IF 信号 (スペクトル $IF(\omega) = F(\omega) + F^*(-\omega)$) をミキシングして RF 帯信号に周波数変換する時(アップコンバージョン), ローカル周波数 ω_p の上側(上

側波帯) と下側 (下側波帯) に信号が発生するので、フィルタリングによりそのうちの一方の側波帯信号を取り出し送信 RF 信号として用いることになる。このフィルタリングを実際のフィルタを用いて行うのではなく、イメージリジェクション周波数変換を用いて行うのである。

図 5.45 にイメージリジェクション周波数変換を用いた送信回路の構成を示す。

イメージリジェクション性能は、図中の 3 個の位相回路の位相量 θ_I , θ_P , θ_R の組み合わせで実現される。

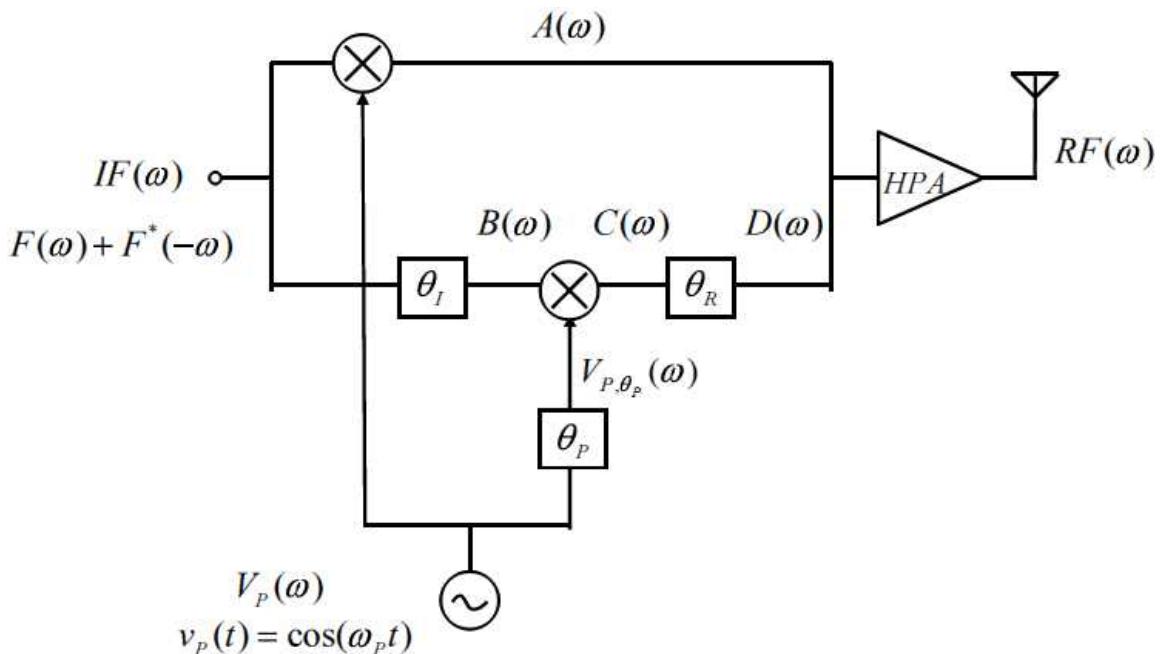


図 5.45 イメージリジェクション周波数変換を用いた送信回路

受信回路の場合と同様の方法で、上側波帯 ($\omega_p < \omega_{RF}$) の信号を取り出す θ_I , θ_P , θ_R の条件式を導出すると、以下となる。

$$\left. \begin{array}{l} \theta_I + (\theta_P + \theta_R) = 2m\pi \\ \theta_I - (\theta_P + \theta_R) = (2n+1)\pi \end{array} \right\} \quad (5.82)$$

(m, n は整数)

ここで、 θ_I , θ_P , θ_R の取り得る値が $0, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}$ の場合は以下のようなになる。

$$\left. \begin{array}{l} \theta_I = \frac{\pi}{2} \\ \theta_P + \theta_R = -\frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \quad \text{または} \quad \left. \begin{array}{l} \theta_I = -\frac{\pi}{2} \\ \theta_P + \theta_R = \frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \quad (5.83)$$

この時、 $RF(\omega)$ は上側波帯のみからなる次式で与えられる。

$$RF(\omega) = F(\omega - \omega_p) + F^*(-\omega - \omega_p) \quad (5.84)$$

下側波帯 ($\omega_{RF} < \omega_p$) の信号を取り出す場合も同様にして求めることができ、

θ_I , θ_P , θ_R の取り得る値が $0, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}$ の場合は以下のようなになる。

$$\left. \begin{array}{l} \theta_I = \frac{\pi}{2} \\ \theta_P + \theta_R = \frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \quad \text{または} \quad \left. \begin{array}{l} \theta_I = -\frac{\pi}{2} \\ \theta_P + \theta_R = -\frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \quad (5.85)$$

例として、 $\omega_p < \omega_{RF}$ (上側波帯), $\theta_I = \frac{\pi}{2}$, $\theta_P = -\frac{\pi}{2}$, $\theta_R = 0$ の場合を取り上げ、図 6.46 にイメージリジェクション送信動作の各点の信号スペクトルの様子を示す。なおここでは複素信号 $F(\omega)$ ($F^*(-\omega)$) の虚数成分は無視して示して

いる。IF 帯の (実) 信号 $F(\omega) + F^*(-\omega)$ は上側波帯の RF 帯 (実) 信号

$F(\omega + \omega_p) + F^*(-\omega + \omega_p)$ に変換されるが、下側波帯に変換される信号はキャンセルアウトされ発生しない様子がわかる。

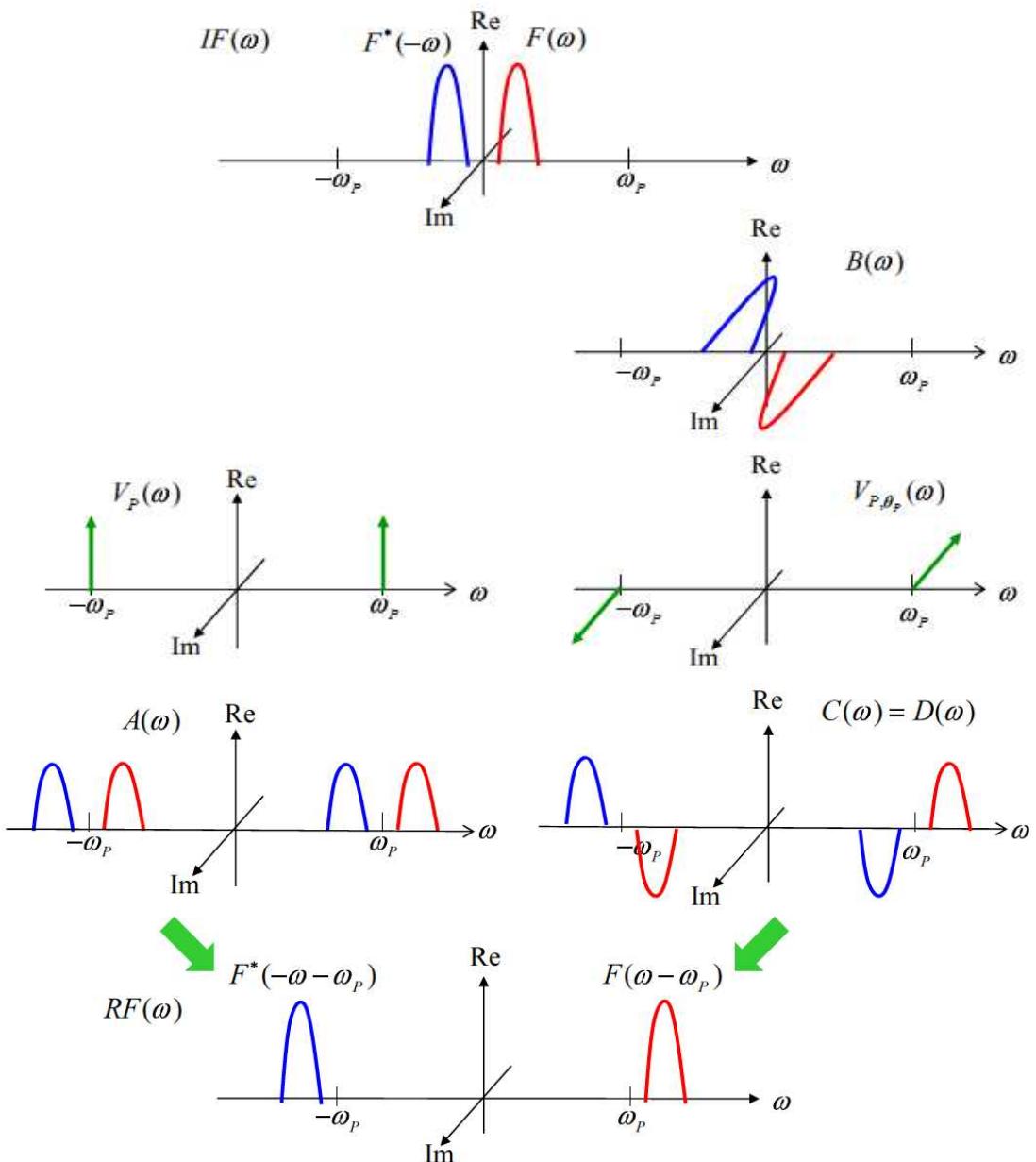


図 5.46 イメージリジェクション送信動作の各点の信号スペクトル

$$\sim \omega_p < \omega_{RF}, \quad \theta_I = \frac{\pi}{2}, \quad \theta_P = -\frac{\pi}{2}, \quad \theta_R = 0 \text{ の場合 } \sim$$

5.6 ダイレクトコンバージョン（ホモダイン）周波数変換

ダイレクトコンバージョン周波数変換は、送信機、受信機のいずれにも適用される。受信機に適用する場合、RF 帯信号（周波数 ω_{RF} ）とローカル信号（周波数 ω_p ）とから、直交変調器（受信の場合は直交復調器と呼ぶこともある）に

よる周波数変換をおこない、IF 帯を介さずに直接 BB 帯の I, Q 信号を得るものである。また、送信機に適用する場合には、BB 帯の I, Q 信号とローカル信号（周波数 ω_p ）とから、直交変調器による周波数変換をおこない、IF 帯を介さずに直接 RF 帯信号（周波数 ω_{RF} ）を得るものである。ここで、 $\omega_{RF} = \omega_p$ である。

現在のブロードバンド通信システムでは、CDMA や OFDM などの変調方式がしばしば用いられる。これらの変調方式では、図 5.47 に模式的に示すようにチャネル信号が通信システム帯域（帯域幅 $\Delta\omega_s$ ）全体に多重化されて広がっている。

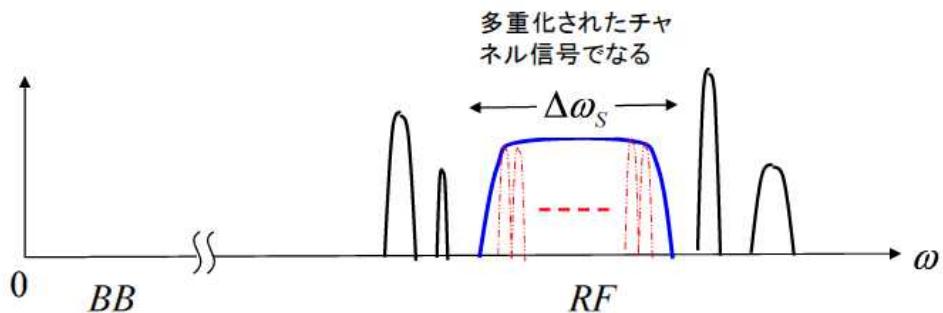


図 5.47 ブロードバンド無線通信における信号スペクトルの様子

受信機について考えると、この場合には、Q 値が比較的小さいフィルタを用いた 1 回のフィルタリングおよび周波数変換で、RF 帯の通信システム帯域（帯域幅 $\Delta\omega_s$ ）に広がる多重化された信号を直接 BB 帯域に変換することが可能となる。また、この方式ではイメージリジェクションのためのフィルタリングが不要となる利点もある。BB 帯信号はその後デジタル信号処理され、信号情報が検出される。この場合には、受信信号とローカル信号に同一の（ホモ）周波数を用い周波数変換を行うことからホモダイン受信ということもできるが、RF 帯信号を直交復調（変調）器にて BB 帯の I, Q 直交信号に直接変換することから、デジタル無線通信の場合にはダイレクトコンバージョン受信と呼ばれる。

送信機の場合は、受信機の場合と逆の動作となる。すなわち、BB 帯の I, Q 直交信号が直交変調器にて直接 RF 帯信号に変換される。送信機においても、イメージリジェクションのためのフィルタリングが不要となる利点がある。近年の通信のブロードバンド化、半導体集積技術の進展とともにダイレクトコンバージョン周波数変換を適用した送受信機が広く実用されるようになっている。

図 5.48 にダイレクトコンバージョン周波数変換を適用した送受信回路の構成を示す。図中、各点の信号の時間応答を小文字 ($i(t)$, など) で、また、信号の周波数応答 (スペクトル) を大文字 ($I(\omega)$, など) で記している。

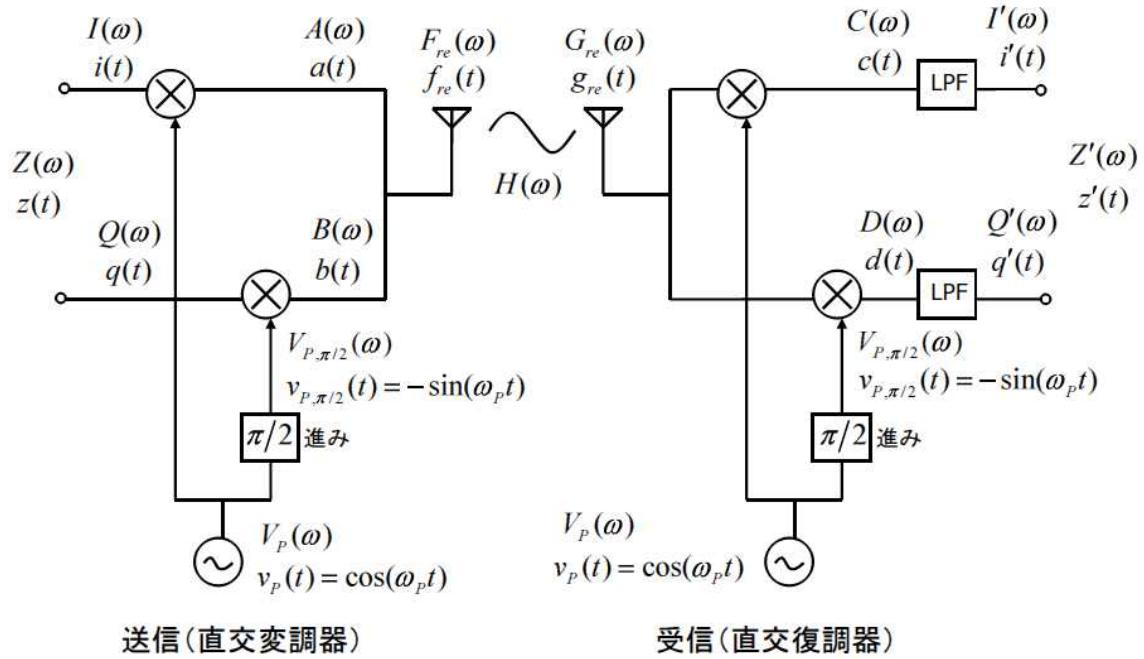


図 5.48 ダイレクトコンバージョン送受信回路の構成と
信号の時間応答および周波数応答 (スペクトル)

図中の各点の信号スペクトルは次式で与えられる。

$$Z(\omega) = I(\omega) + jQ(\omega) \quad (5.86)$$

$$V_p(\omega) = \pi (\delta(\omega - \omega_p) + \delta(\omega + \omega_p)) \quad (5.87)$$

$$V_{p,π/2}(\omega) = j\pi (\delta(\omega - \omega_p) - \delta(\omega + \omega_p)) \quad (5.88)$$

$$A(\omega) = I(\omega) \otimes V_p(\omega) = \frac{1}{2} (I(\omega - \omega_p) + I(\omega + \omega_p)) \quad (5.89)$$

$$B(\omega) = Q(\omega) \otimes V_{P,\pi/2}(\omega) = \frac{1}{2} (jQ(\omega - \omega_p) - jQ(\omega + \omega_p)) \quad (5.90)$$

$$\begin{aligned} F_{re}(\omega) &= A(\omega) + B(\omega) \\ &= \frac{1}{2} (I(\omega - \omega_p) + I(\omega + \omega_p)) + \frac{1}{2} (jQ(\omega - \omega_p) - jQ(\omega + \omega_p)) \end{aligned} \quad (5.91)$$

ここで、まず、伝送路の周波数応答（スペクトル）が $H(\omega)=1$ （無歪み、無損失）の場合について考えると次式となる。

$$G_{re}(\omega) = F_{re}(\omega) \quad (5.92)$$

$$\begin{aligned} C(\omega) &= G_{re}(\omega) \otimes V_p(\omega) = F_{re}(\omega) \otimes V_p(\omega) \\ &= F_{re}(\omega - \omega_p) + F_{re}(\omega + \omega_p) \\ &= \frac{1}{2} I(\omega) + \frac{1}{4} ((I(\omega - 2\omega_p) + I(\omega + 2\omega_p)) + j(Q(\omega - 2\omega_p) - Q(\omega + 2\omega_p))) \end{aligned} \quad (5.93)$$

$$\begin{aligned} D(\omega) &= G_{re}(\omega) \otimes V_{P,\pi/2}(\omega) = F_{re}(\omega) \otimes V_{P,\pi/2}(\omega) \\ &= \frac{j}{2} (F_{re}(\omega - \omega_p) - F_{re}(\omega + \omega_p)) \\ &= \frac{1}{2} Q(\omega) + \frac{1}{4} (j(I(\omega - 2\omega_p) - I(\omega + 2\omega_p)) - (Q(\omega - 2\omega_p) + Q(\omega + 2\omega_p))) \end{aligned} \quad (5.94)$$

$$I'(\omega) = \frac{1}{2} I(\omega) \quad (5.95)$$

$$Q'(\omega) = \frac{1}{2} Q(\omega) \quad (5.96)$$

これから、送信された BB 帯 I, Q 信号が（係数分を除いて）正しく復調されることがわかる。

なお、伝送路の周波数応答が $H(\omega) \neq 1$ （周波数選択性フェージング歪みが存在）の場合については付録 A に述べる。結論的には、 $H(\omega) \neq 1$ の場合には、受信した BB 帯 I, Q 信号は送信したものに対して誤差を含んだものとなる（I チャネルに Q チャネル信号成分が含まれ、Q チャネルに I チャネル信号成分が含まれ

る、等)。これを補正して正しく復調するためには、周波数領域等価などでの特性補償が必要である。

5.7 直交変調器

ダイレクトコンバージョン送受信機では、送信、受信のいずれにも直交変調器(受信の場合は直交復調器と呼ぶ)がキーデバイスとして用いられる。

前節の議論では、直交変調器は理想的に動作するものとしたが、実際には必ずしも理想どおりには動作しない。ここでは、受信に用いられる直交変調器(復調器)を取り上げ、これが理想どおりに動作しない要因をあげ、通信システム性能に及ぼす影響について述べる。

図5.49に受信機に用いられる直交変調器の構成およびその性能劣化の要因をまとめて示す。なお、ここでは直交変調器にはローカル発振器も含まれるものとして議論する。

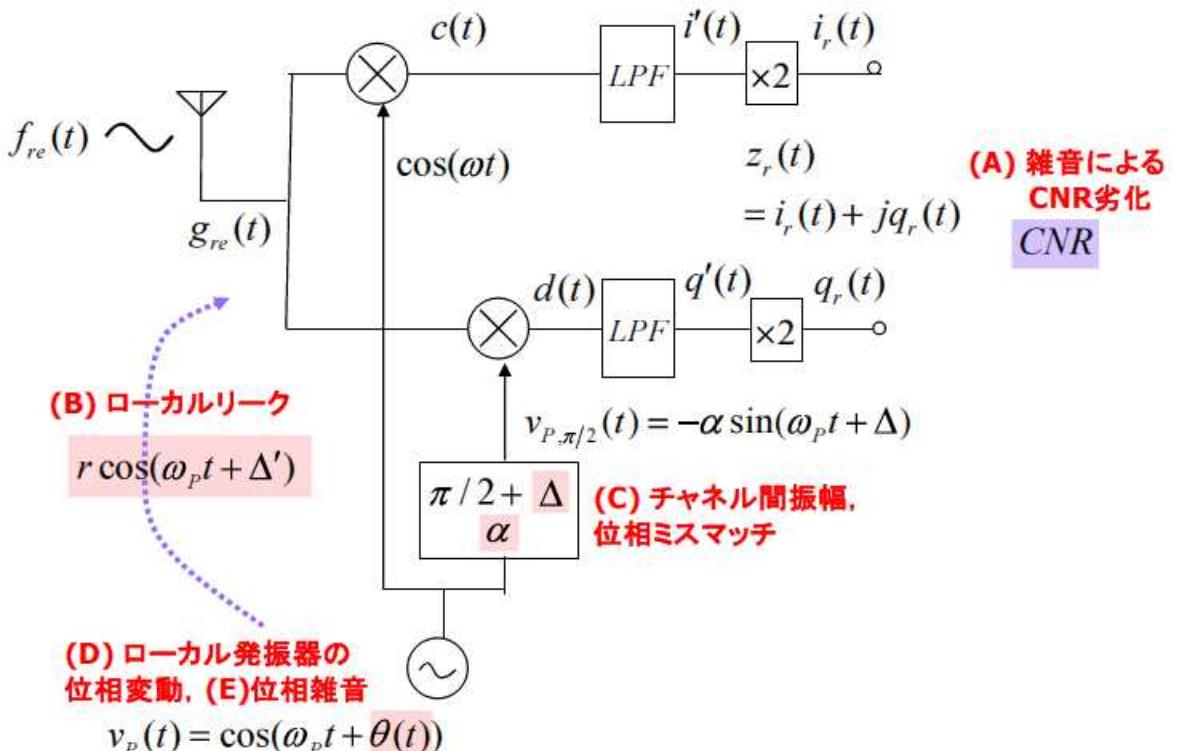


図5.49 直交変調器の構成および性能劣化の要因

(A) 雑音による CNR 劣化

雑音による CNR 劣化、およびそれによる符号検出誤り P_e の増大の問題は直交変調器に限った問題ではないが、以下の議論との関係でこれを再度取り上げる。式 (5.95), (5.96) から、ダイレクトコンバージン受信では、直交変調器で周波数変換された BB 帯 IQ チャネル信号電圧 $i'(t)$, $q'(t)$ は、直交変調器に性能劣化がない理想状態では、送信された BB 帯 IQ チャネル信号電圧 $i(t)$, $q(t)$ に対して、 $i'(t) = \frac{1}{2}i(t)$, $q'(t) = \frac{1}{2}q(t)$ となる。ここで、 $i'(t)$, $q'(t)$ を 2 倍した $i_r(t) = 2i'(t)$, $q_r(t) = 2q'(t)$ をあらためて受信 BB 帯 IQ チャネル信号電圧とすると、複素信号表示した BB 帯受信信号 $z_r(t) = i_r(t) + jq_r(t)$ は、複素信号表示した BB 帯送信信号 $z(t) = i(t) + jq(t)$ と等しい。すなわち、次式が成り立つ。

$$z_r(t) = i_r(t) + jq_r(t) = i(t) + jq(t) = z(t) \quad (5.97)$$

これに対して、雑音（熱雑音）が存在する場合、 $z_r(t)$ は $z(t)$ を中心として広がりを持って分布することになる。図 5.50 に QPSK 変調信号の場合について $z_r(t)$ と $z(t)$ の様子を示す。図では、符号点 [11] についてのみ $z_r(t)$ の広がりの様子およびその確率密度関数 PDF の様子を示しているが、他の符号点 [10], [01], [00] についても同様となっている。図中、 σ_n は雑音電圧の実効値（確率密度関数の分散 = σ_n^2 ）， $A (= \sqrt{2}\delta)$ は信号を正弦波で表わした場合 ($z(t) = A \cos(\omega_p t + \theta(t))$) の振幅である。これらは受信機の（搬送波）信号電力対雑音電力比 CNR と次式で関係付けられる。

$$CNR = \frac{A^2 / 2}{\sigma_n^2} = \frac{\delta^2}{\sigma_n^2} \quad (5.98)$$

この場合、 $z_r(t)$ の濃く色塗りした円で雑音電圧値が σ_n 以下となる部分を、薄く色塗りした円で雑音電圧値が $\sigma_n \sim 3\sigma_n$ となる部分をそれぞれ示している。雑音が増大し、 $z_r(t)$ が本来の符号点（この場合は符号点 [11]）の存在する象限をはみ出すと、その分は隣の符号と判定される。すなわち、 σ_n が増大または A が回転や減少すると、受信機の CNR が低下し、符号検出誤り P_e が増大する。

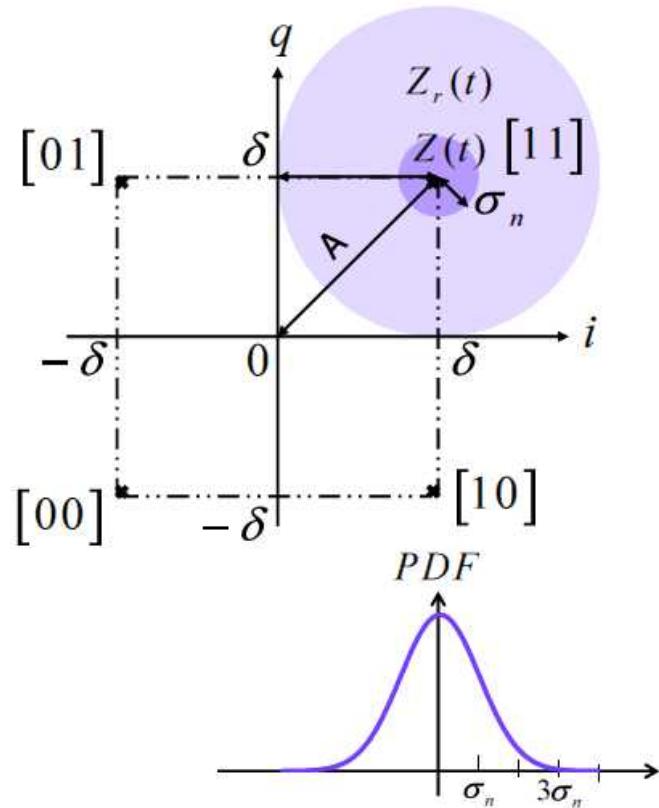


図 5.50 雑音による CNR 劣化が符号検出誤りを増大させる様子 (QPSK の場合)

(B) ローカルリリーク

ローカル信号の漏洩波（ローカルリリーク）が空間あるいは基板を介して受信機の入力端子に結合すると、直交変調器により入力 RF 信号と一緒に周波数変換

される。この際、ローカルリークによる不要信号は直流成分に変換され、それによる性能劣化が生じる。

例えば、図 5.49 に示されるように、受信 RF 信号 $g_{re}(t)$ に加えて、ローカルリークによる不要信号 $r \cos(\omega_p t + \Delta')$ が受信されるとする。この時、図の各点の信号の時間応答は次式で与えられる。なおここで、伝送路歪みはなく、受信 RF 信号 $g_{re}(t)$ は以下となっているとする。

$$g_{re}(t) = f_{re}(t) = i(t) \cos(\omega_p t) - q(t) \sin(\omega_p t) \quad (5.99)$$

この時、

$$\begin{aligned} c(t) &= (g_{re}(t) + r \cos(\omega_p t + \Delta')) \cos(\omega_p t) \\ &= (i(t) \cos \omega_p t - q(t) \sin \omega_p t + r \cos(\omega_p t + \Delta')) \cos(\omega_p t) \\ &= \frac{1}{2} (i(t) + r \cos \Delta') (1 + \cos 2\omega_p t) - \frac{1}{2} (q(t) + r \sin \Delta') \sin(2\omega_p t) \end{aligned} \quad (5.100)$$

$$\begin{aligned} d(t) &= (g_{re}(t) + r \cos(\omega_p t + \Delta')) (-\sin \omega_p t) \\ &= (i(t) \cos \omega_p t - q(t) \sin \omega_p t + r \cos(\omega_p t + \Delta')) (-\sin \omega_p t) \\ &= \frac{1}{2} (i(t) + r \cos \Delta') \sin 2\omega_p t + \frac{1}{2} (q(t) + r \sin \Delta') (1 - \cos 2\omega_p t) \end{aligned} \quad (5.101)$$

$$i_r(t) = i(t) + r \cos \Delta' \quad (5.102)$$

$$q_r(t) = q(t) + r \sin \Delta' \quad (5.103)$$

$$z_r(t) = i_r(t) + j q_r(t) = z(t) + r e^{j \Delta'} \quad (5.104)$$

図 5.51 に、QPSK 変調信号の場合について、受信 RF 信号と同時にローカルリ

ークによる不要信号が受信機に入力された場合の複素受信信号 $z_r(t)$ の分布の様子, およびスペクトルの様子 (虚数成分は無視) を示す。送信 BB 帯 IQ 信号による $z(t)$ 対して, $re^{j\Delta'}$ の平行移動 (DC オフセット) が生じる。これにより, スペクトルに DC 成分の乱れが生じ, また, 符号検出誤り P_e が増大する。

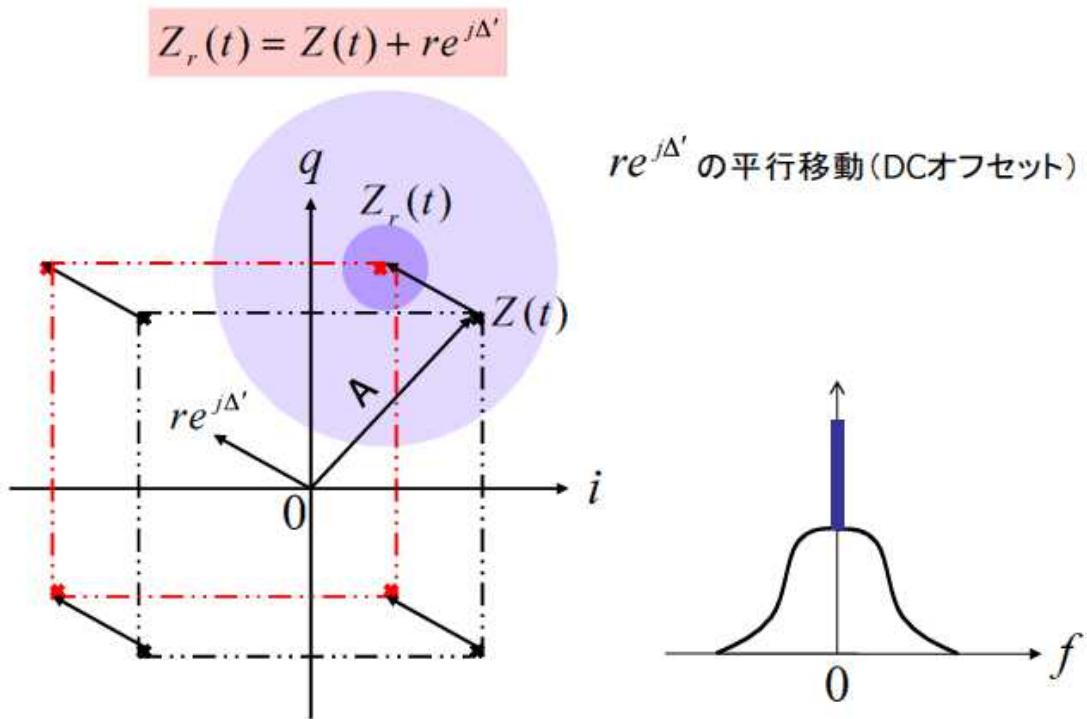


図 5.51 ローカルリリークによる DC オフセットと符号誤り (QPSK の場合)

(C) I, Q チャネル間の振幅, 位相ミスマッチ

I, Q チャネル間の振幅, 位相ミスマッチを, ここでは, Q チャネル側のミクサローカル端子部の振幅, 位相の理想値からのずれとして与える。すなわち, 図 5.49 に示す様にローカル信号 $v_{P,\pi/2}(t)$ が次式で与えられるとする。

$$v_{P,\pi/2}(t) = -\alpha \sin(\omega_p t + \Delta) \quad (5.105)$$

この時、図 5.49 の各点の信号の時間応答は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 c(t) &= g_{re}(t) \cos(\omega_p t) \\
 &= (i(t) \cos \omega_p t - q(t) \sin \omega_p t) \cos(\omega_p t) \\
 &= \frac{1}{2} i(t)(1 + \cos 2\omega_p t) - \frac{1}{2} q(t) \sin(2\omega_p t)
 \end{aligned} \tag{5. 106}$$

$$\begin{aligned}
 d(t) &= g_{re}(t)(-\alpha \sin(\omega_p t + \Delta)) \\
 &= (i(t) \cos \omega_p t - q(t) \sin \omega_p t)(-\alpha \sin(\omega_p t + \Delta)) \\
 &= -\frac{1}{2} i(t) \alpha \{\sin(2\omega_p t + \Delta) + \sin(\Delta)\} + \frac{1}{2} q(t) \alpha \{\cos(\Delta) - \cos(2\omega_p t + \Delta)\}
 \end{aligned} \tag{5. 107}$$

$$i_r(t) = i(t) \tag{5. 108}$$

$$q_r(t) = -i(t) \alpha \sin(\Delta) + q(t) \alpha \cos(\Delta) \tag{5. 109}$$

$$\begin{aligned}
 z_r(t) &= i_r(t) + j q_r(t) = i(t) - j i(t) \alpha \sin(\Delta) + j q(t) \alpha \cos(\Delta) \\
 &= i(t) + j \alpha \operatorname{Im}(z(t) e^{-j\Delta})
 \end{aligned} \tag{5. 110}$$

(1) 振幅ミスマッチのみが生じる場合 ($\alpha \neq 1$, $\Delta = 0$), $z_r(t)$ は次式となる。

$$z_r(t) = i(t) + j q(t) \alpha \tag{5. 111}$$

(2) 位相ミスマッチのみが生じる場合 ($\alpha = 1$, $\Delta \neq 0$), $z_r(t)$ は次式となる。

$$z_r(t) = i(t) + j \operatorname{Im}(z(t) e^{-j\Delta}) \tag{5. 112}$$

図 5.52 に、QPSK 変調信号の場合について、I, Q チャネル間の振幅、位相ミス

マッチが存在する場合の複素受信信号 $z_r(t)$ の分布の様子を示す。図は (1) 振幅ミスマッチのみが生じる場合、および (2) 位相ミスマッチのみが生じる場合を別に示しているが、実際には (1), (2) が混合した形であらわれる。I, Q チャネル間の振幅、位相ミスマッチにより符号検出誤り P_e が増大する様子がわかる。

$$Z_r(t) = i(t) + j\alpha \operatorname{Im}(Z(t)e^{-j\Delta})$$

- (1) 振幅ミスマッチ ($\alpha \neq 1 \quad \Delta = 0$) (2) 位相ミスマッチ ($\alpha = 1 \quad \Delta \neq 0$)
- $$z_r(t) = i(t) + jq(t)\alpha$$
- $$z_r(t) = i(t) + j \operatorname{Im}(Z(t)e^{-j\Delta})$$

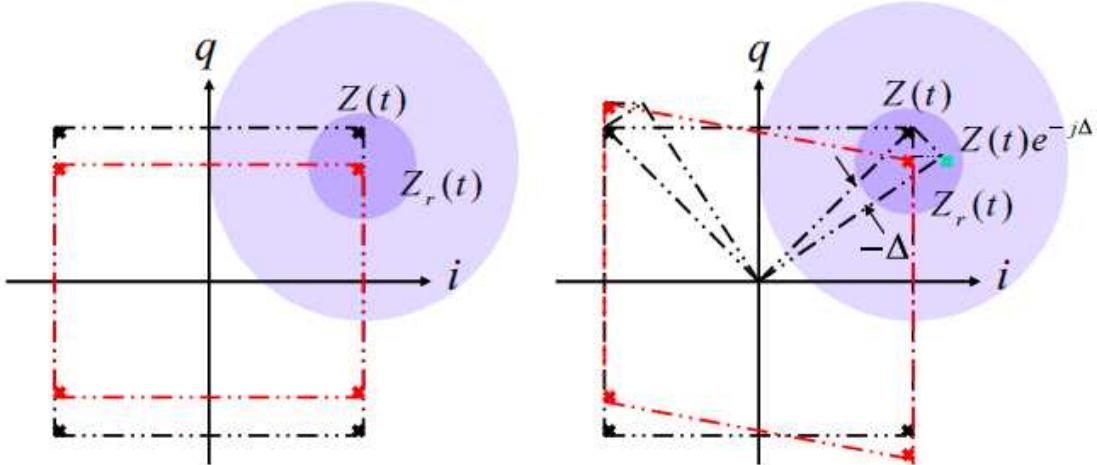


図 5.52 直交変調器の振幅・位相ミスマッチ (QPSK の場合)

(D) ローカル発振器の位相変動

次に、ローカル発振器の信号 $v_p(t) = \cos(\omega_p t)$ に位相変動 $\theta(t)$ がある場合について議論する。この時、 $v_p(t)$ は次式で与えられる。

$$v_p(t) = \cos(\omega_p t + \theta(t)) \quad (5.113)$$

この時、図 5.49 の各点の信号の時間応答は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} c(t) &= (i(t) \cos \omega_p t - q(t) \sin \omega_p t) \cos(\omega_p t - \theta(t)) \\ &= \frac{1}{2} i(t) (\cos(2\omega_p t - \theta(t)) + \cos \theta(t)) - \frac{1}{2} q(t) (\sin(2\omega_p t - \theta(t)) + \sin \theta(t)) \end{aligned} \quad (5.114)$$

$$\begin{aligned} d(t) &= (i(t) \cos \omega_p t - q(t) \sin \omega_p t) (-\sin(\omega_p t - \theta(t))) \\ &= -\frac{1}{2} i(t) (\sin(2\omega_p t - \theta(t)) - \sin \theta(t)) + \frac{1}{2} q(t) (-\cos(2\omega_p t - \theta(t)) + \cos \theta(t)) \end{aligned} \quad (5.115)$$

$$i_r(t) = i(t) \cos \theta(t) - q(t) \sin \theta(t) \quad (5.116)$$

$$q_r(t) = i(t) \sin \theta(t) + q(t) \cos \theta(t) \quad (5.117)$$

$$\begin{aligned} z_r(t) &= i_r(t) + j q_r(t) \\ &= i(t) \cos \theta(t) - q(t) \sin \theta(t) + j(i(t) \sin \theta(t) + q(t) \cos \theta(t)) \\ &= (i(t) + j q(t)) \cos \theta(t) + j(i(t) + j q(t)) \sin \theta(t) = z(t) e^{j\theta(t)} \end{aligned} \quad (5.118)$$

図 5.53 に、QPSK 変調信号の場合について、ローカル発振器の信号

$v_p(t) = \cos(\omega_p t)$ に位相変動 $\theta(t)$ がある場合の複素受信信号 $z_r(t)$ の分布の様子を示す。受信複素信号 $z_r(t)$ の分布は送信された複素信号 $z(t)$ に対して位相 $\theta(t)$ だけ回転してあらわれる。 $\theta(t)$ の変動があらかじめ判っている時は、 $\theta(t)$ と逆特性の位相回転を与えてこれを補償することができる。

$$Z_r(t) = Z(t)e^{j\theta(t)}$$

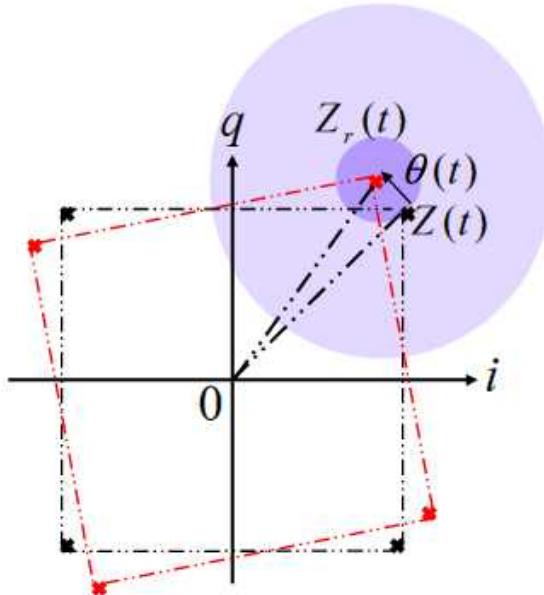


図 5.53 ローカル発振器の位相変動

(E) ローカル発振器の位相雑音

位相雑音については 6 章で詳述する。ここでは、位相雑音が直交変調器に及ぼす影響について述べる。

位相雑音は、式(5.113)で与えた位相変動 $\theta(t)$ が雑音としてランダムに変動するものである。位相変動の RMS 値 $\theta_{n,rms}$ はローカル発振器の CNR_θ と次式の関係がある (6 章、式 (6.38) 参照)。

$$\theta_{n,rms} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{CNR_\theta}} \quad (5.119)$$

図 5.54 に、QPSK 変調信号の場合について、ローカル発振器の信号 $v_p(t) = \cos(\omega_p t)$ に位相雑音 (位相変動の RMS 値 $\theta_{n,rms}$) がある場合の複素受信信号 $z_r(t)$ の分布の様子を示す。位相雑音により、 $z_r(t)$ は複素送信信号 $z(t)$ の点を中心に変動する

特性となる。

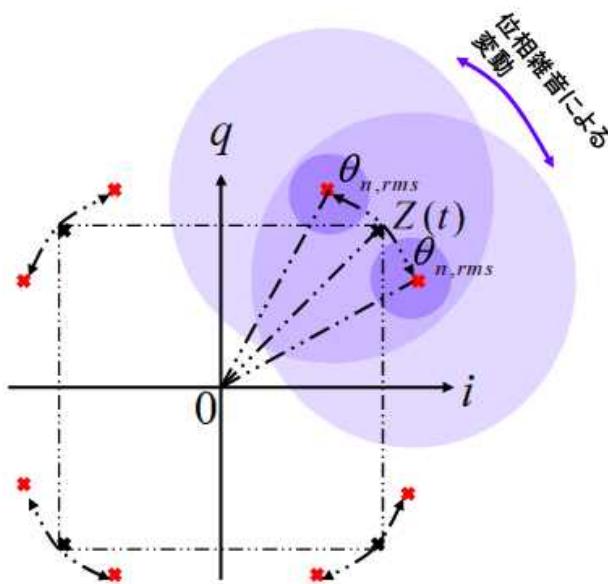


図 5.54 位相雑音による受信信号 $z_r(t)$ の変動

ローカル発振器に位相雑音が存在する時、ローカル発振器の発振スペクトルが広がる。その結果、受信時に下記問題が生じる。図 5.55 にその様子を示す。

- ① ミキシング出力の所望帯域内に隣チャネルからの信号成分が入ることによる干渉
- ② 自チャネルの信号成分が広がることによる雑音増加→CNR 劣化

上記②に対する CNR の劣化は次式で与えられる。

$$\frac{1}{CNR_{total}} = \frac{1}{CNR_n} + \frac{1}{CNR_\theta} \quad (5.120)$$

ここで、 CNR_{total} はミキシング時の総合 CNR、 CNR_n は受信信号の CNR、 CNR_θ はローカル発振器信号の CNR である。

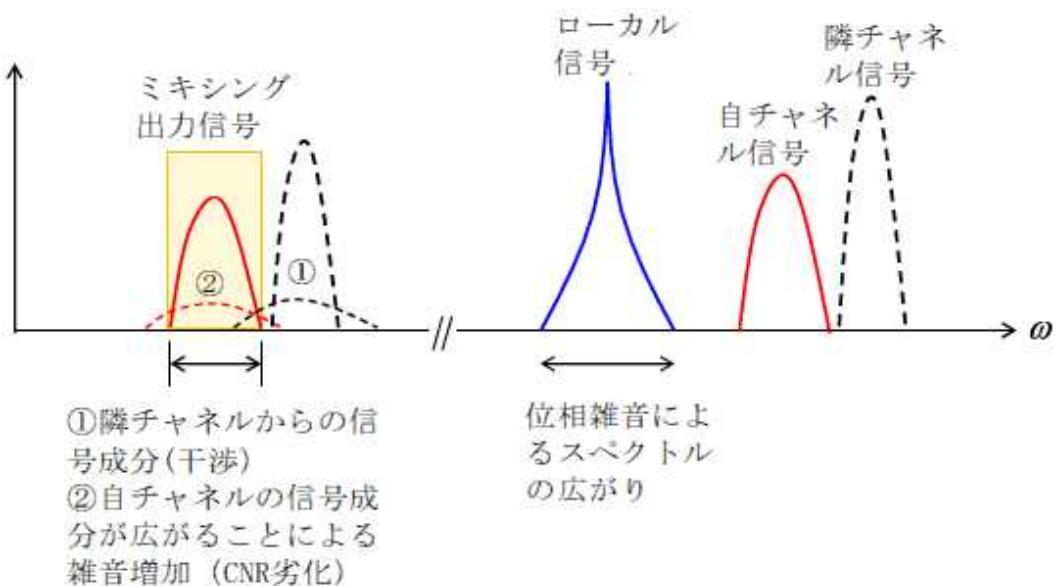


図 5.55 ローカル発振器に位相雑音が存在する場合の受信時の問題

付録 E $H(\omega) \neq 1$ の場合の復調動作

図 E. 1 にダイレクトコンバージョン周波数変換を適用した送受信回路の構成を示す。図において伝送路の周波数応答が $H(\omega) \neq 1$ (周波数選択性フェーディング歪みが存在) の場合について考える。

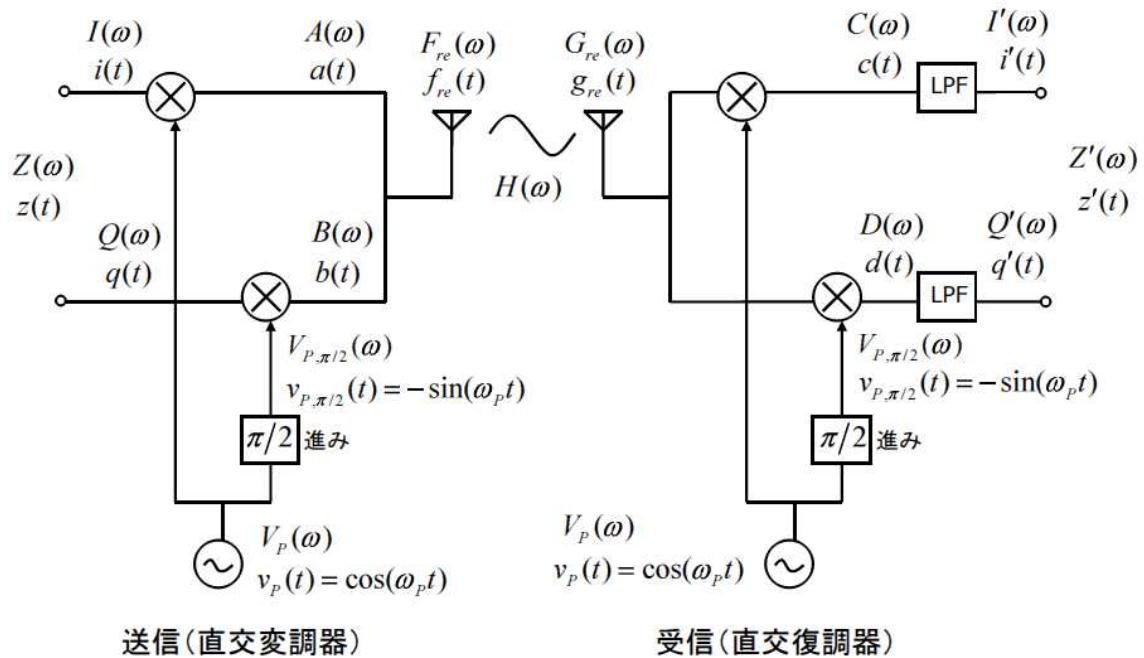


図 E. 1 ダイレクトコンバージョン送受信回路の構成 $\sim H(\omega) \neq 1$ の場合～

この時、受信信号スペクトル $G_{re}(\omega)$ は次式で与えられる。

$$G_{re}(\omega) = H(\omega)F_{re}(\omega) \quad (\text{E. 1})$$

さらに、その後の信号スペクトルは以下のように与えられる。

$$\begin{aligned}
C(\omega) &= G_{re}(\omega) \otimes V_p(\omega) = (H(\omega)F_{re}(\omega)) \otimes V_p(\omega) \\
&= \frac{1}{2} H(\omega - \omega_p) F_{re}(\omega - \omega_p) + \frac{1}{2} H(\omega + \omega_p) F_{re}(\omega + \omega_p) \\
&= \frac{1}{4} H(\omega - \omega_p) ((I(\omega - 2\omega_p) + I(\omega)) + j(Q(\omega - 2\omega_p) - Q(\omega))) \\
&\quad + \frac{1}{4} H(\omega + \omega_p) ((I(\omega) + I(\omega + 2\omega_p)) + j(Q(\omega) - Q(\omega + 2\omega_p)))
\end{aligned} \tag{E. 2}$$

$$\begin{aligned}
D(\omega) &= G_{re}(\omega) \otimes V_{p,\pi/2}(\omega) = (H(\omega)F_{re}(\omega)) \otimes V_{p,\pi/2}(\omega) \\
&= \frac{j}{2} (H(\omega - \omega_p) F_{re}(\omega - \omega_p) - H(\omega + \omega_p) F_{re}(\omega + \omega_p)) \\
&= \frac{1}{4} H(\omega - \omega_p) (j(I(\omega - 2\omega_p) + I(\omega)) + (-Q(\omega - 2\omega_p) + Q(\omega))) \\
&\quad - \frac{1}{4} H(\omega + \omega_p) (j(I(\omega) + I(\omega + 2\omega_p)) + (-Q(\omega) + Q(\omega + 2\omega_p)))
\end{aligned} \tag{E. 3}$$

$$\begin{aligned}
I'(\omega) &= LPF(\omega) C(\omega) \\
&= \frac{1}{4} LPF(\omega) H(\omega - \omega_p) ((I(\omega - 2\omega_p) + I(\omega)) + j(Q(\omega - 2\omega_p) - Q(\omega))) \\
&\quad + \frac{1}{4} LPF(\omega) H(\omega + \omega_p) ((I(\omega) + I(\omega + 2\omega_p)) + j(Q(\omega) - Q(\omega + 2\omega_p))) \\
&= \frac{1}{4} K^+(\omega) I(\omega) + \frac{j}{4} K^-(\omega) Q(\omega)
\end{aligned} \tag{E. 4}$$

$$\begin{aligned}
Q'(\omega) &= LPF(\omega) D(\omega) \\
&= \frac{1}{4} LPF(\omega) H(\omega - \omega_p) (j(I(\omega - 2\omega_p) + I(\omega)) + (-Q(\omega - 2\omega_p) + Q(\omega))) \\
&\quad - \frac{1}{4} LPF(\omega) H(\omega + \omega_p) (j(I(\omega) + I(\omega + 2\omega_p)) + (-Q(\omega) + Q(\omega + 2\omega_p))) \\
&= -\frac{j}{4} K^-(\omega) I(\omega) + \frac{1}{4} K^+(\omega) Q(\omega)
\end{aligned} \tag{E. 5}$$

ここで、 $K^+(\omega)$, $K^-(\omega)$ は次式で与えられる。なお、 $LPF(\omega)$ はローパスフィルタの周波数応答であり、通過帯域で $LPF(\omega) = 1$ となっている。

$$\left. \begin{aligned} K^+(\omega) &= LPF(\omega)(H(\omega - \omega_p) + H(\omega + \omega_p)) \\ K^-(\omega) &= LPF(\omega)(-H(\omega - \omega_p) + H(\omega + \omega_p)) \end{aligned} \right\} \quad (E. 6)$$

図 E. 2 に $H(\omega)$, $K^+(\omega)$, $K^-(\omega)$ の関係を模式的に示す。なお, $H(\omega)$ は正負の周波数で複素共役となる複素関数で表わされるものであるが, ここでは煩雑さを避けるため, 虚数成分を無視した図として示している。

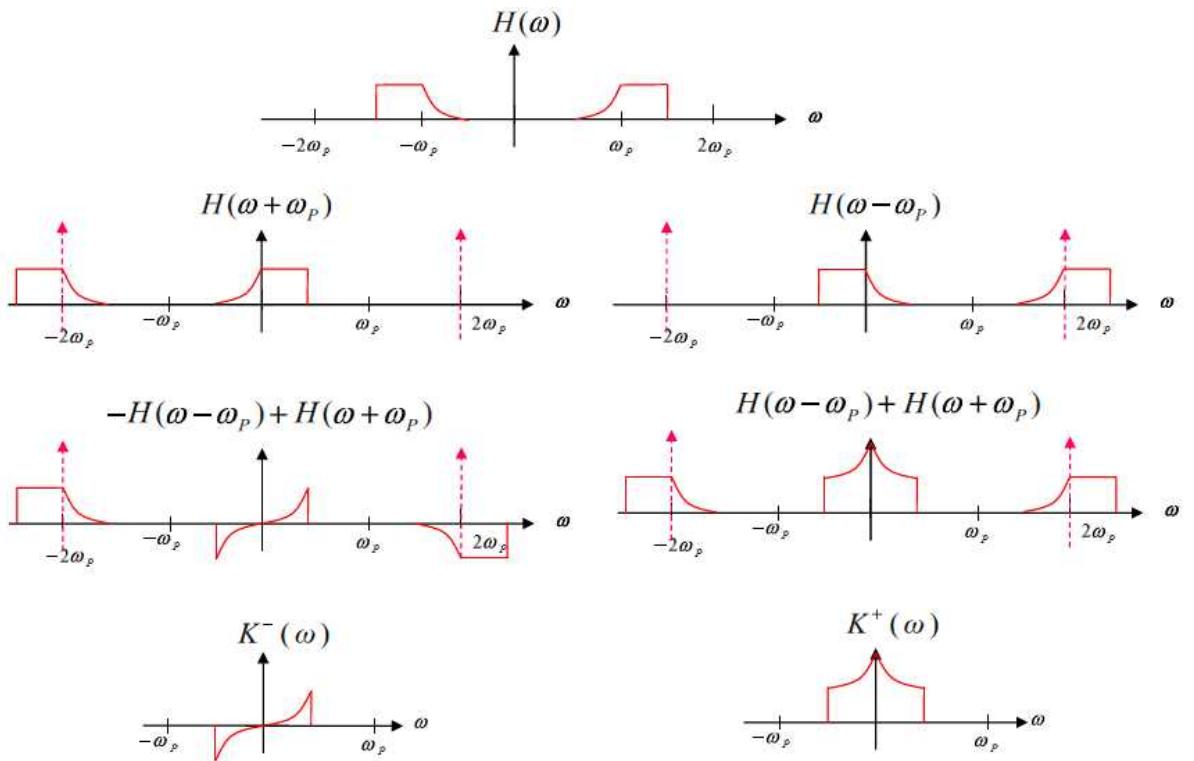
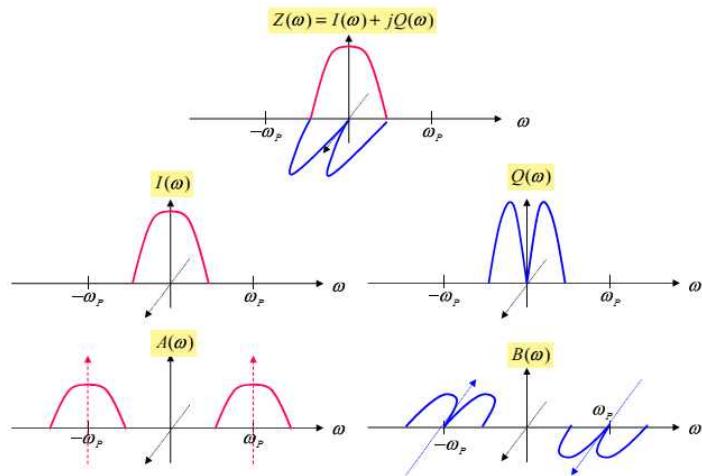
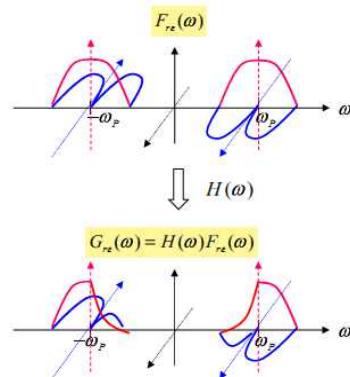


図 E. 2 $H(\omega)$, $K^+(\omega)$, $K^-(\omega)$ 周波数応答 (スペクトル) の関係

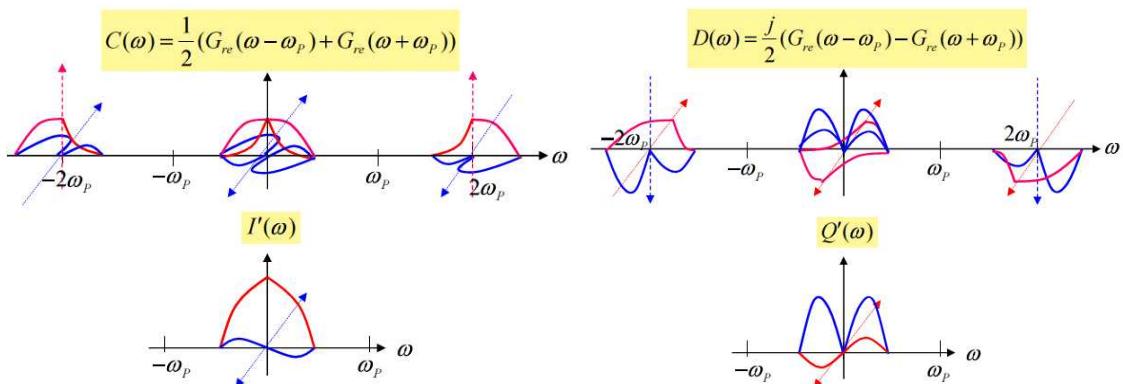
図 E. 3 に, 伝送路歪みが存在する場合 ($H(\omega) \neq 1$) について, 図 E. 1 の各点の信号スペクトルの様子を示す。この場合, 受信した BB 帯 I, Q 信号は送信したものに対して誤差を含んだものとなる (I チャネルに Q チャネル信号成分が含まれ, Q チャネルに I チャネル信号成分が含まれる, 等)。これを補正して正しく復調するためには, 周波数領域等価などの特性補償が必要である。



(a) $Z(\omega) \Rightarrow I(\omega), Q(\omega) \Rightarrow A(\omega), B(\omega)$



(b) $F_{re}(\omega) \Rightarrow G_{re}(\omega)$



(c) $C(\omega) \Rightarrow I'(\omega)$

(d) $D(\omega) \Rightarrow Q'(\omega)$

図 E.3 ダイレクトコンバージョン送受信における各点の信号スペクトル
～ 伝送路歪みが存在する場合 ($H(\omega) \neq 1$) ～